Math. p.
373.na

Bey
...dauer
...nchen
...ngerstraße
No. 29.

s. IV l. V. K.

Math. P.
373 na

Neubig.

Gründliche Anweisung zur Rechenkunst.

Zum Gebrauch
in
lateinischen und in Gewerbschulen

von
Andreas Neubig,
Doktor der Philosophie und k. b. Lyceal-Professor.

Vierte, stark vermehrte Auflage.

(Die Facite oder Rechnungsergebnisse kann jeder Lehrer von der Buchhandlung unentgeldlich beziehen.)

Erlangen,
Verlag von Carl Heyder.
1834.

Bayerische
Staatsbibliothek
München

Vorrede
zur vierten Auflage.

Was ich mir gleich bei der ersten Auflage zum Ziele gesetzt hatte, das habe ich auch jetzt bei dieser vierten Auflage streng im Auge behalten und möglichst zu erreichen gestrebt, nämlich ein gründliches, den Geist anregendes und fruchttragendes Rechnen zu befördern. Dieß hat einmal den Vortheil, daß die Regeln des Rechnens bleibendes Eigenthum des Geistes werden, während sie bei dem blinden und mechanischen Verfahren schnell wieder vergessen sind; sodann gewinnt der Rechner seine Wissenschaft lieb, indem dem Vernunftbedürfniß, überall die Gründe des Verfahrens zu erkennen, Genüge geschieht. Der Geist weilt nun gerne in

seiner Wissenschaft und dringt immer tiefer in dieselbe ein; er findet Vergnügen in ihr und widmet ihr manche Stunde zur Unterhaltung. Ich habe hierüber seit der Erscheinung der ersten Ausgabe (1814) viele, sehr erfreuliche Erfahrungen gemacht. Um nun dieses Büchlein seiner Bestimmung immer anpassender zu machen, habe ich manchen Artikel umgearbeitet und ausser der Gründlichkeit, die nie aus dem Auge verloren werden durfte, vorzüglich auf höchst mögliche Deutlichkeit hingearbeitet.

Es ist überall gut, wenn man das Besondere unter sein Allgemeines richtig zu bringen weiß. Aber ehe man dieß lernt, muß manche Uebung vorangehen. In den bisherigen Ausgaben habe ich die Zinsrechnung nicht besonders aufgeführt und abgehandelt, weil sie unter die Proportionsrechnung gehört. Aber ich habe doch gefunden, daß es für den Anfänger nützlich ist, die hieher gehörigen Fälle besonders behandelt zu sehen. Hiedurch hat diese Ausgabe eine nicht unbedeutende Erweiterung erhalten. Die

größte Vermehrung besteht aber in der fast um das Doppelte erhöheten Anzahl von Uebungsbeispielen, wozu ich von vielen Seiten aufgefordert worden bin. Es sind nunmehr der Beispiele so viele, daß man füglich einen doppelten Kursus bilden kann; wozu ich auch dadurch behilflich war, daß ich an den meisten Orten die Beispiele durch I und II geschieden habe. Es erwächst hieraus auch der Vortheil, daß, wenn Schüler die Klasse wiederholen müssen, für diese ein anderer Vorrath von Beispielen vorhanden ist.

Auch die vermischten Aufgaben des siebenten Kapitels, welche das Nachdenken besonders reitzen, sind bedeutend vermehrt worden. Nur muß ich dabei bemerken, daß diese Aufgaben nicht etwa durch bloses Probiren, sondern durch Grundsätze und Lehren der Arithmetik, wie sie in den vorhergehenden Kapiteln vorgekommen sind, aber in mannigfaltigen Wendungen und Verbindungen, die der nachdenkende Geist erfinden muß, können und sollen aufgelöset wer-

den. So sieht man bald in der ersten Aufgabe, daß, wenn die sämmtlichen Kinder von dem ältesten an, der Kürze halber, durch A, B, C, D, E und F bezeichnet werden, B 25 fl., C 50 fl., D 75 fl., E 100 fl. und F 125 fl. und alle 5 zusammen 375 fl. voraus haben. Diese werden von der ganzen Summe 12525 zum voraus weggenommen oder abgezogen und dann der Rest in 6 gleiche Theile getheilt. Nun wird man leicht das Uebrige vollends zu berechnen verstehen. Eben so berechnet man in der zweiten Aufgabe zuerst, wie viel die sämmtlichen Arbeiter in 1 Tage zusammen verdienen ($10\frac{2}{3}$ Thlr.) und bildet dann mit den übrigen Angaben einen bekannten Proportions- oder Regel de Tri-Ansatz, daß man die verlangte Anzahl der Tage findet. Auf solche und ähnliche Weise verfährt man bei den übrigen Aufgaben. Um nun das richtige Ziel nicht nur bei diesen Aufgaben, sondern auch bei denen der vorhergehenden Kapitel nicht zu verfehlen, sollen die sogenannten Facite oder Rechnungsergebnisse auf

einen besondern Bogen abgedruckt und denjenigen Lehrern und Freunden der Rechenkunst, die sie zu besitzen wünschen, auf besonderes Verlangen und zwar unentgeldlich zugestellt werden. Jedoch hält man es für beleidigend, auch von den Aufgaben der sogenannten 4 Species die Rechnungsergebnisse mitzutheilen; darum wird man sich blos auf die Aufgaben von dem fünften bis zum letzten Kapitel beschränken. Sobald meine Zeit es gestattet, werde ich mich des gegebenen Versprechens entledigen.

Uebrigens dient denjenigen, welche etwa Lust haben, in den mathematischen Wissenschaften weiter fortzuschreiten, zur Nachricht, daß sich an diese Anweisung zur Rechenkunst mein Grundriß der reinen Mathematik (Baireuth b. Grau 1828) anschließt, welcher für diejenigen, denen die bisher vorgetragenen Lehren zum wahren Eigenthum geworden sind, keine sonderliche Schwierigkeit enthalten wird.

Mit der äußern Ausstattung des Buches wird man vollkommen zufrieden sein. Druck

und Papier sind sehr gut. Ueberdieß hat der Herr Verleger wiederum einen so geringen Preis für die so stark vermehrte Ausgabe gestellt, daß von seiner Uneigennützigkeit auch dieses Büchlein lautes Zeugniß gibt.

Baireuth, den 30. August 1833.

Dr. Neubig.

Der Rechenkunst

Erstes Kapitel.

Von den Zahlen, insbesondere den ganzen, und den vier Rechnungsarten mit denselben.

§. 1. Die Rechenkunst (Arithmetik) lehrt die Eigenschaften der Zahlen und das richtige und sichere Verfahren, aus gegebenen oder bekannten Zahlen und ihrem Verhalten zu einander andere unbekannte zu finden.

Unter einer Zahl versteht man eine zusammengefaßte oder bestimmte Menge von gleichartigen Dingen. Man nennt aber Dinge gleichartig, insofern man bei ihnen nur eine oder mehre Eigenschaften betrachtet, welche sie gemeinschaftlich haben; ungleichartig, in wie fern man auf das sieht, was in ihnen verschieden ist. Das Gleichartige, dessen Menge durch die Zahl bestimmt wird, heißt die Einheit oder das Eins. Daher kann man auch sagen: die Zahl ist ein Inbegriff von Einheiten. Z. B. Man sieht einen Haufen Obst. Wenn man bei den einzelnen Stücken nur darauf sieht, daß jedes die Eigenschaft hat, um sie zum Obste zählen zu können: so sind es lauter gleichartige Dinge, und sie alle bilden z. B. die Zahl 100 (Hundert). Diese

100 Stück Obst können aber insofern ungleichartig oder verschiedenartig sein, daß einige (z. B. 30 d. h. dreißig) die Eigenschaft der Aepfel, andere (z. B. 50 d. h. funfzig) die Eigenschaft der Birnen, und die übrigen (z. B. 20 d. h. zwanzig) die Eigenschaft der Nüsse haben. In Bezug auf Obst gilt jedes einzelne Stück für die Einheit der Zahl 100; in Bezug auf die Aepfel nur jeder einzelne Apfel u. s. w. für die Einheit. Man kann aber die Einheit auch wieder aus mehren Einheiten zusammengesetzt denken und nehmen, z. B. wenn man im gemeinen Leben sagt: 2 (zwei) Schock Nüsse, so versteht man zwei Einheiten, von welchen aber jede selbst aus 60 (sechzig) Stücken (Einheiten) besteht.

§. 2. Durch Wiederholung der Einheit entstehen alle ganze Zahlen. Eins und Eins zusammen genommen nennt man Zwei, Zwei und Eins zusammen heißt Drei, u. s. w. Wenn ein Sternchen das Eins bezeichnet, so kann man sich die Benennung und die Größe oder den Werth der ersten ganzen Zahlen, wie sie nach und nach aus der Zusammensetzung des Eins entstehen, also veranschaulichen:

Eins *
Zwei * *
Drei * * *
Vier * * * *
Fünf * * * * *
Sechs * * * * * *
Sieben * * * * * * *
Acht * * * * * * * *
Neun * * * * * * * * *
Zehn * * * * * * * * * *

Nun fängt man wieder von vorne an und zählt:

Zehn und Eins, wofür man aber kürzer Eilf sagt; Zehn und Zwei, wofür Zwölf gesagt wird; Zehn und Drei, wofür Dreizehn; ferner Vierzehn, Funfzehn u. s. w. bis man auf Zehn und Zehn kommt, wofür man Zwanzig sagt. Von hier zählt man weiter: Ein und zwanzig, Zwei und zwanzig u. s. w. Dreimal Zehn heißt Dreißig, viermal Zehn Vierzig u. s. w. Zehnmal Zehn heißt Hundert; zehnmal Hundert gibt Tausend; tausendmal Tausend nennt man eine Million; millionenmal Million heißt eine Billion; millionenmal Billion gibt eine Trillion u. s. w.

§. 3. Die neun ersten Zahlen heißen Einer oder einfache Einheiten; die Zahlen von Zehn bis Neunzig heißen Zehner, von Hundert bis Neunhundert Hunderte, von Tausend bis Neuntausend Tausende u. s. w. Man pflegt die Zahlen auch nach Ordnungen einzutheilen, und rechnet die Zehner zur ersten Ordnung, die Hunderte zur zweiten u. s. w. Man sieht leicht ein, daß die Einheit jeder höhern Ordnung zehn Einheiten der nächstniedrigern in sich begreift, z. B. 1 Zehner enthält 10 Einer, 1 Hunderter 10 Zehner, 1 Tausender 10 Hunderte, u. s. w.

§. 4. Zur Bezeichnung der verschiedenen Zahlen hat man gewisse Zeichen, die man Ziffern nennt; diese sind für die neun ersten Zahlen: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Durch eben diese Ziffern können aber auch alle höheren Zahlen ausgedrückt werden. Dieß geschieht dadurch, daß die Ziffern durch die Stelle, in der sie stehen, von der Rechten gegen die Linke einen immer zehnmal größern Werth erhalten, als in der nächstvorhergehenden. In der

ersten Stelle zur Rechten stehen die Einer; in der zweiten von der Rechten gegen die Linke stehen die Zehner; in der dritten die Hunderte; in der vierten die Tausende; in der fünften die Zehntausende; in der sechsten die Hunderttausende; in der siebenten die Millionen; in der achten die Zehnmillionen u. s. w. Die 13te Stelle nehmen die Billionen, und die 19te die Trillionen ein. Wenn Einheiten einer gewissen Ordnung in einer Zahl, wo doch Einheiten von einer höhern Ordnung vorkommen, fehlen: so bezeichnet man die Stelle der fehlenden Einheiten mit 0 (Null).

§. 5. Diesemnach wird man ohne Schwierigkeit vorgelegte Zahlen aussprechen, und vorgesprochene niederschreiben können. So bedeutet 8 acht, und 82 achtzig und zwei d. i. zwei und achtzig. 825 ist achthundert und fünf und zwanzig; dagegen 805 achthundert und fünf; denn die Null in der zweiten Stelle von der Rechten gegen die Linke zeigt an, daß keine Zehner vorhanden sind. 8476 ist acht tausend, vierhundert und sechs und siebenzig; dagegen 8070 acht tausend und siebenzig; nämlich die erste Null von der Rechten an bedeutet, daß keine Einer, und die in der dritten Stelle sagt, daß keine Hunderte da sind. 12538 ist zwölf tausend, fünf hundert und acht und dreißig, und 904603 ist neunhundert und vier tausend, sechshundert und drei. Vor Allem übe man sich, 6 Ziffern aussprechen zu können. Denn die Ziffern nach der 6ten Stelle gegen die Linke werden gleichsam als für sich bestehend betrachtet, nur daß sie die Millionen bezeichnen; eben so die Ziffern nach der 12ten Stelle, welche Billionen bezeichnen u. s. w. Zur Erleichterung mache

man über die 7te Ziffer von der Rechten einen Strich oder Punkt zur Bezeichnung der Millionen, über die 13te Ziffer zwei Striche oder Punkte für die Billionen, über die 19te Ziffer drei für die Trillionen u. s. f. z. B. die Zahl

1270833200498 5200464

wird ausgesprochen: Zwölf Trillionen, sieben Hundert und acht Tausend drei Hundert und zwei und dreißig Billionen, vier Tausend neun Hundert und fünf und achtzig Millionen, zweimalhundert Tausend vier Hundert und vier und sechzig.

Man liest und hört auch von Milliarden. Dieß sind Tausende von Millionen. Nach dieser Art zu zählen heißt die folgende Zahl

312544807638

dreihundert und zwölf Milliarden, fünf hundert und vier und vierzig Millionen, acht hundert und sieben tausend, sechs hundert und acht und dreißig.

§. 6. Das Verfahren, Zahlen auszusprechen und zu schreiben, heißt das Numeriren; und die besondere Art und Weise, alle Zahlen durch Ziffern auszudrücken, ein Zahlensystem. Das bei uns und bei allen mehr oder minder gebildeten Völkern eingeführte System wird das zehntheilige oder dekadische genennt, weil nach demselben immer zehn Einheiten einer niedrigern Ordnung auf die nächsthöhere gehen. Dadurch erhält jede Ziffer durch die Stelle, in der sie steht, von der Rechten gegen die Linke einen immer zehnmal größern Werth als in der nächstvorhergehenden Stelle.

§. 7. Man kann sich jede Einheit und jede Größe als ein Ganzes vorstellen, z. B. 1 Pfund, 1

Gulden. Durch Wiederholung der Einheit entstehen die ganzen Zahlen, z. B. 1 Pfund, 6 mal genommen, gibt 6 Pfunde. Eben so sind 8 Lothe, 12 Kreuzer, ohne Bezug auf andere Größen betrachtet, ganze Zahlen; aber in Bezug auf Pfunde sind 8 Lothe nur Theile von 1 Pfund, weil 32 Lothe erst 1 Pfund ausmachen; und 12 Kreuzer sind in Bezug auf 1 Gulden nur Theile von 1 ganzen Gulden; denn 60 Kreuzer betragen erst 1 Gulden. Solche Zahlen, welche einen oder mehre Theile einer Einheit oder eines Ganzen ausdrücken, heißen gebrochene Zahlen oder Brüche, von welchen in einem besondern Kapitel wird gehandelt werden.

§. 8. Mit den Zahlen können insbesondere vier Hauptverrichtungen vorgenommen werden, nämlich: das Verfahren, mehre von einander verschiedene Zahlen in einer einzigen auszudrücken, welche so viele Einheiten enthält, als die einzelnen Zahlen zusammen genommen haben, heißt die Addition; diejenige Zahl, welche allen zusammen genommen gleich ist, heißt die Summe. Das Verfahren, eine Zahl so oft oder so vielmal zu nehmen, als eine andere Zahl anzeigt, heißt die Multiplikation; die erste Zahl heißt der Multiplikand, die zweite der Multiplikator, beide Zahlen heißen auch Faktoren, und die durch Multiplikation gefundene Zahl nennt man das Produkt. Wenn von einer Zahl so viele Einheiten weggenommen werden, als eine andere Zahl anzeigt, so heißt dieses Verfahren die Subtraktion oder das Abziehen; diejenige Zahl, von welcher der Abzug geschieht, heißt der Minuend; diejenige, welche abzieht, der Subtrahend; was übrig bleibt, nennt man den Rest, den

Unterschied, auch die Differenz. Oder: eine Zahl von einer andern abziehen (subtrahiren) heißt den Unterschied jener zwei Zahlen finden, oder eine dritte Zahl finden, welche den Unterschied jener zwei Zahlen angibt. Eine Zahl (den Dividenden) durch eine andere (den Divisor) dividiren heißt jene erstere in so viele gleiche Theile theilen, als die andere angibt; oder von der erstern Zahl die zweite so oft wegnehmen, als diese in jener enthalten ist; oder allgemein durch die Division findet man, wie vielmal eine Zahl (der Divisor) in einer andern (dem Dividenden) enthalten ist. Die gefundene Zahl nennt man den Quotienten. In jedem Fall ist der Dividend ein Produkt, welches den Divisor und Quotienten zu seinen Faktoren hat, so daß entweder der Divisor mit dem Quotienten oder dieser mit jenem multiplicirt den Dividenden zum Produkte geben muß.

Diese genannten Rechnungsarten sind unter dem Namen der 4 Species der Rechenkunst bekannt.

§. 9. Für die gedachten Rechnungsarten hat man auch gewisse Zeichen eingeführt. So ist das Zeichen der Addition ein stehendes Kreuz (+), welches man zwischen die zu addirenden Zahlen setzt, und das Zeichen, daß ein Zahlenausdruck einem andern gleich sei, ist =. z. B. $8 + 4 = 12$ bedeutet: 8 und 4 ist gleich oder so viel als 12. Das Zeichen der Subtraktion ist ein Querstrich (—), welchen man zwischen den Minuend und Subtrahend setzt, z. B. $13 - 7 = 6$ liest man: 13 weniger 7 ist gleich 6, oder 7 von 13 bleibt 6. Das Zeichen der Multiplikation ist ein Punkt oder ein liegendes Kreuz

(. oder ×), z. B. 3 . 6 = 18 oder 3 × 6 = 18 bedeutet: 3 durch 6 multiplicirt ist gleich 18. Für die Division gebraucht man den Doppelpunkt oder einen Querstrich (: oder —), z. B. 24 : 8 = 3 oder $\frac{24}{8} = 3$ heißt: 24 durch 8 dividirt ist gleich 3. Man übersehe hiebei nicht, daß der Dividend immer vor dem Doppelpunkt und der Divisor nach demselben gesetzt werden müsse; welches von vielen Rechnern vernachlässigt oder verkehrt gemacht wird.

Die Addition.

§. 10. Aufgabe: Verschiedene Zahlen zu addiren oder zusammen zu zählen.

Auflösung. 1. Man schreibe die Zahlen so unter einander, daß Einer unter Einer, Zehner unter Zehner, Hunderte unter Hunderte u. s. w. zu stehen kommen, und ziehe einen Strich darunter.

2. Nun zähle man alle in der ersten Reihe rechter Hand d. h. in der Reihe der Einer befindlichen Zahlen zusammen und setze die Menge der Einer unterhalb des Striches unter die Einer; die Zehner, Hunderte u. s. w. aber, die sie etwa noch enthält, werden zu den Zehnern, Hunderten u. s. w. gezählt und müssen daher im Sinne behalten oder über dem Strich zu den Zehnern, Hunderten hingeschrieben werden.

3. Hierauf zähle man alle Zahlen der zweiten Reihe d. i. der Zehner mit den aus der ersten Reihe im Sinne behaltenen oder über den Strich hingeschriebenen zusammen. Wenn die Summe derselben

aus mehr als einer Ziffer besteht, so enthält die niedrigste die Zehner, welche unterhalb des Striches unter die Zehner gesetzt wird; die zweite Ziffer sind Hunderte, die dritte Tausende, welche daher auch zu den Hunderten, Tausenden u. s. w. gezählt werden müssen. Sie werden demnach im Sinne behalten oder sogleich oberhalb des Striches zu ihren Reihen gesetzt.

4. Alsdann zähle man die Zahlen der dritten Reihe d. i. der Hunderte nebst den aus der vorigen Reihe im Sinne behaltenen oder ausdrücklich hingeschriebenen Zahlen zusammen. Die Hunderte dieser Reihe zusammen schreibe man unter die Hunderte; aber die Tausende, Zehntausende, die etwa in derselben Reihe enthalten sein möchten, zähle man zu ihren zugehörigen Ordnungen, wie vorhin.

5. Und so fahre man fort, bis man zur letzten Reihe, d. i. zur höchsten Ordnung der gegebenen Zahlen kommt, deren Summe dann ganz hingeschrieben wird.

Nachstehendes Beispiel ist so gerechnet, einmal, daß die aus einer Reihe in die andere überzutragenden Zahlen einschließungsweise hingeschrieben sind; das anderemal so, daß man sie im Sinne behält:

		6	0	3	8	4	60384
			7	2	3	3	7233
		8	6	1	1	0	86110
				5	3	9	539
					1	8	18
			5	2	0	4	5204
		(1)	(1)	(1)	(2)		159488
Summe	1	5	9	4	8	8	

Aus der Art des Verfahrens erhellet zugleich die Richtigkeit desselben. Denn bei der Addition will man wissen, wie viel Einer, Zehner, Hunderte rc. rc. mehre einzelne Zahlen ausmachen; und dieß wird durch obiges Verfahren bewerkstelliget.

§. 11. Um sich zu überzeugen, daß man sich im Zusammenzählen nicht geirrt habe, ist es gut, das nämliche Beispiel zweimal, nämlich einmal aufwärts, das anderemal abwärts, zu rechnen. Eine andere Probe kann erst bei der Subtraktion gezeigt werden.

§. 12. Zur Uebung im Addiren mögen folgende Beispiele dienen. Es sollen nämlich folgende Zahlen zusammengezählt oder addirt werden:

I.

1) 2154, 1023, 530, 1343, 3213, 225, 36, 100.

2) 345, 110, 538, 248, 150, 312, 475, 590, 246, 687, 324, 109.

3) 12345, 21234, 36521, 15413, 43652, 10166, 57074, 36847, 25789, 40658.

4) 3457, 5365, 1276, 3548, 4789, 2676, 6396, 3878, 1559, 5788, 2667, 7869, 3477, 6796, 5388, 6659, 1967, 4875, 3798, 5689?

5) 24730, 65064, 8697, 52478, 70956, 46589, 5045, 37853, 798, 84095, 60474, 89, 8960, 57498.

6) 483256, 358767, 197689, 546876, 260518, 315961, 507897, 488689, 156413, 646768, 112576, 504689, 387067, 798636, 132108, 112576, 569879, 216487, 651966, 420798, 158643, 507889.

7) 3705, 1343, 617, 135, 8745, 456, 119, 45, 5584, 9783, 4, 60, 138, 12, 14803, 27, 60390, 24781, 22354.

8) 421, 3276, 121, 840, 3268, 76093, 1740,

968, 4355, 24867, 1342, 5972, 9176, 100, 82, 7, 13, 444, 7828.

9) 21744, 33, 1234, 8155, 616, 3262, 18514, 73, 5, 916, 23, 7046, 634152, 119, 308, 5106, 771, 35087.

10) 651423, 89102, 1243, 818, 29, 6, 54, 371, 3482, 50800, 315611, 49712, 8430, 913, 81, 6.

11) 375, 8528, 6885, 797, 9394, 2195, 73, 99, 8774, 83, 66425, 484, 30674, 3748, 75, 4, 299, 638.

12) 15429, 368, 75, 2186, 347, 88, 40737, 54, 3818, 8196, 38, 255, 724, 136, 2831, 506, 198, 3449, 8007, 665, 21157, 9406, 3192, 730894.

II.

13) 125, 72, 80403, 761045, 38, 89, 2714, 313.

14) 817, 312, 6127, 1533, 91, 56, 71004, 28016, 610277.

15) 281964, 242372, 90041, 872731, 45607, 890123, 514243, 8812451, 643, 5074.

16) 734108, 121307, 4923, 7915, 6034802, 13246587, 2803, 41352, 16043.

17) 936410, 72583, 4436, 5811, 374, 88, 6, 12, 304, 8127, 51403, 822715.

18) 2683, 5987, 36893, 5776, 30894, 7267, 34372, 12186, 35097, 6159, 1002, 3719, 6827, 4218, 3169, 5808, 4606, 21418.

19) 7003, 218, 435, 1848, 913, 754, 6725, 1872, 3047, 621, 62543, 13242, 825.

20) 41203, 8147, 7681, 32004, 8721, 305, 18, 23, 620, 7224, 31800, 5254, 182, 3430, 1833.

21) 975, 796, 36, 1905, 72447, 9546, 8264, 64099, 136389, 35930, 8674, 953, 6, 87, 2796, 105, 26039, 49576, 68945, 3596.

22) 3345, 767, 13, 421, 5998, 946, 1132, 79, 12800, 5458, 2391, 6378.

23) 6, 45, 134, 2308, 50488, 760552, 1234567, 918273, 80042, 6731, 389, 42, 8.

24) 54783, 118, 20356, 929046, 819, 7623, 402133, 1840623, 7, 33148, 54, 921, 66, 50287, 8706648, 6424, 12706, 1822.

Die Subtraktion.

§. 13. Aufg. Eine kleinere Zahl von einer größern zu subtrahiren oder abzuziehen.

Aufl. Man schreibe die kleinere Zahl so unter die größere, daß Einer unter Einer, Zehner unter Zehner, Hunderte unter Hunderte u. s. w. zu stehen kommen, und ziehe dann einen Strich.

Hierauf nehme man die Einer des Subtrahends von den Einern des Minuends weg und setze den Rest unterhalb des Striches unter die Einer; eben so verfahre man mit den Zehnern, Hunderten, Tausenden u. s. w. bis zur letzten oder höchsten Ordnung der gegebenen Zahlen: so wird der Aufgabe ein Genüge geschehn.

Wenn eine untere Zahl größer sein sollte als eine obere, und also der Abzug nicht geradezu geschehen kann: so borge man in der nächsthöhern Ordnung des Minuends eine Einheit oder 1. Diese gibt, wie man (aus §. 3.) weiß, 10 Einheiten für die Stelle, für welche geborgt wird; man addire also diese 10 zu dieser Stelle und man wird dann immer abziehen können.

Damit man es nicht übersehe und vergesse, daß von der nächstfolgenden Ziffer eine Einheit geborgt

worden und sie also um 1 verringert ist, so kann man diese Ziffer mit einem Punkt bezeichnen.

Ereignet es sich, daß die Ziffer, von der eine Einheit geborgt wird, eine Null (0) ist: so muß diese selbst erst von der nächsthöhern Ordnung eine Einheit für sich borgen. Dadurch wird die Null zu 10 und weil eine Einheit für die nächstniedrige Ziffer abgegeben wird, so bleiben an der Stelle der Null nur noch 9 Einheiten übrig. Eben so verhält es sich auch, wenn mehre Nullen nach einander folgen. Beispiele:

Minuend	835764		1562388
Subtrahend	611352		725417
Rest	224412	Rest	836971

4526082	78062004
632493	741536
3893589	77320468

§. 14. Wenn man zu einem Rest die Zahl wieder hinzufügt, die man von einer gewissen Summe weggenommen hatte: so muß nothwendig die vorige Summe wieder zum Vorschein kommen. Man addire also zum Rest den Subtrahenden; und es wird der Minuend herauskommen. Dieß dient als Probe der Subtraktion. Z. B.

	218045			650047	
	137846	addirt		138229	addirt
Rest	80199		Rest	511818	
	218045			650047	

§. 15. Die Subtraktion dient aber auch der Addition zur Probe, dadurch, daß, wenn man die Hauptsumme gefunden hat, man die summirenden

Zahlen nochmals addirt, aber eine von ihnen, z. B. die oberste, wegläßt, und nun diese Theilsumme von der Hauptsumme abzieht. Der Rest muß die weggelassene Zahl geben. Z. B.

```
 730852
 ------
  66109
  31074
    342
 ------
 828377  Hauptsumme
  97525  Theilsumme
 ------
 730852  Rest, wie die weggelassene Zahl.
```

§. 16. Beispiele zur Uebung, in welchen, wie sich's gebührt, zur Linken des Querstriches (—) der Minuend und zur Rechten der Subtrahend steht:

I.

1) 648537 — 413213 gibt zum Rest
2) 126438 — 42736 gibt
3) 8153766 — 2356148
4) 27035 — 18374
5) 7034082 — 2641704
6) 2107004 — 832705
7) 1090034 — 98472
8) 40039286 — 3150679
9) 1214805 — 605286
10) 6010109 — 4305079
11) 86041070 — 68050420
12) 500708105 — 341065608

II.

13) 54300000 — 9421008 gibt zum Rest
14) 5010101010 — 3905010110
15) 784898 — 243546
16) 780928 — 483051

17) 46866 — 38259
18) 145630 — 60076
19) 48953478 — 47830892
20) 3690026 — 3572519
21) 4203142 — 63278
22) 1834906 — 827740
23) 72050763 — 87969
24) 50706481 — 39697845

III.

25) 872569 — 341226
26) 43782 — 6092
27) 30467812 — 27180904
28) 6200483 — 986754
29) 563072 — 372985
30) 118700035 — 270896
31) 708200008 — 539644
32) 625078290 — 19283
33) 48126140 — 47602800
34) 63891022 — 63807958
35) 12400023 — 9074856
36) 250300812 — 76125589.

Die Multiplikation.

§. 17. Ehe man zum Multipliciren schreitet, muß man sich mit dem sogenannten Ein mal Eins bekannt machen, welches die Produkte aller einfachen Zahlen oder der Einer enthält und in folgendem Täfelchen dargestellt ist:

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	63	72	81

Das Produkt von zwei einfachen Zahlen findet man immer da, wo die lothrechte und wagrechte Reihe durch beide Zahlen sich schneiden, z. B. 6 . 8 = 48 und 8 . 6 = 48; woraus zugleich erhellet, daß einerlei Produkt herauskommt, wenn gleich die Faktoren ihre Stellen verändern, wie hier 6 . 8 und 8 . 6 immer 48 geben.

§. 18. Aufg. Eine jede Zahl mit einer einfachen Zahl zu multipliciren.

Aufl. Von der Rechten gegen die Linke anfangend mache man die Produkte einer jeden Ziffer des Multiplikanden in den Multiplikator, setze die niedrigste Ziffer eines jeden einzelnen Produktes in eben die Stelle, wo die Ziffer des Multiplikanden stehet, und addire die höchste Ziffer, welche etwa noch vorkommt, zum nächstfolgenden Produkte. Z. B.

7012045 Multiplikand
6 Multiplikator

42072270 Produkt.

Die Richtigkeit dieses Verfahrens wird man aus folgender Betrachtung erkennen. Indem man die 5 Einer des Multiplikanden 6mal nimmt, erhält man 30 Einer d. i. 3 Zehner und keinen Einer. Die Null unter dem Strich zeigt an, daß keine Einer

vorhanden sind; die 3 Zehner aber sind natürlich zu den folgenden Zehnern gezogen worden, nämlich 4 Zehner 6 mal genommen geben 24 Zehner, und 3 Zehner aus den vorigen Einern dazu, machen 27 Zehner, d. i. 2 Hunderte und 7 Zehner. Die 7 Zehner sind unter die Zehner gesetzt worden, und die 2 Hunderte kommen zu den Hunderten. Hier aber sollen gar keine Hunderte genommen werden (6 . 0 = 0); darum wurden die 2 aus den Zehnern entstandenen Hunderte geradezu an ihre Stelle gesetzt. 2 Tausende 6 mal genommen geben 12 Tausende d. h. 1 Zehntausender und 2 Tausende; diese sind unter den Tausenden bemerkt, und jene zu den Zehntausenden addirt worden; nämlich 1 Zehntausender 6 mal genommen gibt 6 Zehntausende und 1 aus den vorigen gewonnen macht 7 Zehntausende, die man an ihrer Stelle findet. Hunderttausende sollen gar nicht genommen werden; dieß ist durch eine Null an ihrem Orte bemerket worden. 7 Millionen sollen 6 mal genommen werden; dieß giebt 42 Millionen, welche auch ihren Platz erhalten haben.

Man könnte das ganze Verfahren auch versinnlichend darstellen auf folgende Weise

58736	
5	
30	Einer
15	Zehner
35	Hunderte
40	Tausende
25	Zehntausende
293680	Produkt.

§. 19. Aufg. Eine jede Zahl mit einer jeden andern zu multipliciren.

Aufl. Man multiplicire nach der Reihe die einzelnen Ziffern des Multiplikanden, wie vorhin erstlich in die Einer, dann in die Zehner, Hunderte des Multiplikators u. s. w., nur daß man die einzelnen Produkte immer um eine Stelle weiter zur Linken rückt, so oft man mit einer höhern Stelle des Multiplikators zu multipliciren anfängt, so daß allemal die niedrigste Ziffer eines jeden Produkts unter diejenige Ziffer des Multiplikators, von welcher das Produkt herrührt, zu stehen komme.

Wenn daher in dem Multiplikator Nullen vorkommen, so muß man die Produkte auch wegen einer jeden Null um eine Stelle weiter fortrücken.

Am Ende addire man alle einzelne Produkte zusammen, so erhält man das ganze Produkt der beiden gegebenen Zahlen. Beispiele:

```
 150874          42187
    359           6032
--------      ---------
 1357866          84374
 754370         126561
452622         253122
--------      ---------
54163766      254471984
```

Das stufenfolge Einrücken der einzelnen Produkte erklärt sich, wenn man ein Beispiel vollständig rechnet und hinschreibt, also:

```
  150874
     359
--------
 1357866 das Neunfache
 7543700 das Fünfzigfache
45262200 das Dreihundertfache
--------
54163766
```

§. 20. Wenn der Multiplikand und der Multiplikator am Ende Nullen haben, so braucht man

nur die geltenden Ziffern, wie bisher, unter einander zu schreiben, und dann wie vorhin zu verfahren. An das Produkt werden dann so viele Nullen gesetzt, als beide Faktoren zusammen genommen haben. Z. B.

```
 1093000          913200
      80           17000
87440000          63924
                  9132
                  15524400000
```

§. 21. Der Anfänger mag sich noch in folgenden und andern Beispielen üben:

I.

1) 5827366 × 2 gibt zum Produkt
2) 456218 × 3 gibt
3) 1723586 × 4
4) 3872149 × 7
5) 840932 × 9
6) 583142 × 12
7) 79530 × 26
8) 14917 × 48
9) 79406 × 71
10) 6042097 × 86
11) 28451 × 265
12) 79626 × 456
13) 92780 × 460
14) 236489 × 2662
15) 6894000 × 3456
16) 12340 × 12340
17) 543 × 61258
18) 734008170 × 2003906

II.

19) 632584 × 3 gibt zum Produkt
20) 1748172 × 5 gibt
21) 520646 × 8
22) 41376 × 14
23) 671083 × 55
24) 24100874 × 92
25) 34197 × 238
26) 576800 × 799
27) 740236 × 906
28) 37059 × 8010
29) 1020030 × 4237
30) 8254090 × 63180
31) 689400 × 34560
32) 100026 × 50067
33) 9833 × 482756
34) 154706 × 517190
35) 6045310267 × 4003981
36) 48537090 × 62800974

Die Division.

§. 22. Aufg. Eine jede Zahl durch eine einfache zu dividiren.

Aufl. Man schreibe den Divisor zur Linken neben dem Dividenden, und suche zur Rechten den Quotienten auf folgende Weise: Man vergleiche den Divisor mit der höchsten Ziffer des Dividenden, oder, wenn diese kleiner als der Divisor ist, mit den zwei höchsten Ziffern desselben, und untersuche, wie oft er darin enthalten ist. Die Zahl, die dieses Vielfache anzeigt, gibt die höchste Ziffer des zu suchenden Quotienten. Mit ihr multiplicire man nun den Divisor; ziehe das Produkt von den Ziffern

des Dividenden ab, mit welchen der Divisor verglichen wurde, und schreibe den Rest, wenn einer übrig bleibt, darunter.

Nun nehme man die nächstniedrigere Ziffer des Dividenden zur Rechten, setze sie unter den Strich und zwar rechts neben dem etwa gebliebenen Rest, untersuche wiederum, wie vielmal der Divisor in der dadurch enthaltenen Ziffer steckt. Die Zahl, welche dieses Vielfache anzeigt, gibt die nächstniedrigere Ziffer des Quotienten. Mit ihr multiplicire man den Divisor und ziehe das Produkt von der verglichenen Zahl ab.

Zu dem etwaigen Reste bringe man die folgende Ziffer des Dividenden und behandele diese Zahl, so wie jeden folgenden Rest und die dazu genommene Ziffer des Dividenden, wie die vorhergehenden Zahlen, bis man jede Ziffer des Dividenden mit dem Divisor verglichen und auf diese Weise alle Ziffern des Quotienten nach und nach gefunden hat.

Wenn bei einer Subtraktion kein Rest übrig bleibt, und die heruntergebrachte Ziffer des Dividenden kleiner als der Divisor ist, folglich in ihr der Divisor gar keinmal steckt: so schreibe man eine Null an die zugehörige Stelle des Quotienten. Hierauf nehme man die nächstfolgende Ziffer des Dividenden herab und verfahre wie vorhin. Beispiele:

1) Divisor	Dividend	Quot.	2) Divis.	Divid.	Quot.
2	730	365	8	23264	2908
	6			16	
	13			72	
	12			72	
	10			64	
	10			64	
	*			*	

```
Divisor |Dividend Quotient
   5    |513840  (102768   7|30461725(4351675
        |5                  |28
         ---                 ---
         13                  24
         10                  21
         ---                 ---
          38                  36
          35                  35
          ---                 ---
           34                  11
           30                   7
           ---                 ---
            40                  47
            40                  42
            ---                 ---
             *                   52
                                 49
                                 ---
                                  35
                                  35
                                  ---
                                   *
```

Das richtige Verfahren der Division erhellet aus folgender vollständigen Darstellung des ersten Beispiels:

```
 2|730  (300)
   600    60 } addirt
  ----
   130     5)
   120   ----
  ----    365 wie vorhin.
    10
    10
   ---
     *
```

Nämlich 2 ist in 730 offenbar 300 mal enthalten und 2 × 300 = 600. Dieß von 730 abgezogen gibt 130 zum Rest. In 130 ist 2 nur 60 mal enthalten und 2 × 60 = 120; welches von 130 abgezogen 10 zum Rest läßt. In 10 ist 2 nur noch

5mal enthalten und 2 × 5 = 10 von 10 abgezogen, geht Alles auf.

Dasselbe erkennt man an dem zweiten Beispiele:

```
8|23264  (2000 ⎫
  16000    900 ⎪
  -----        ⎬ addirt
   7264     00 ⎪
   7200      8 ⎭
  -----  -----
     64   2908  wie vorhin.
     64
  -----------
```

Nämlich 8 ist in 23264 nur 2000mal enthalten, weil 3000 . 8 schon 24000 ausmachen; aber 8 . 2000 = 16000; diese werden von 23264 abgezogen, bleibt zum Rest 7264. Weil in diesem Rest die Zahl 8 mehre hundertmal steckt, nämlich 900mal, so wird abermals das Produkt 8 . 900 = 7200 von der Zahl 7264 abgezogen; und es bleibt zum Rest 64. Nach den Hunderten ist nachzusehen, ob auch 8fache Zehner im Reste 64 enthalten sind. Allein schon ein Zehner 8mal genommen (d. i. 8 × 10 = 80) gibt 80. Also ist in 64 die Zahl 8 kein 10 mal enthalten, was daher durch Nullen in der Stelle der Zehner bemerkt worden ist; wohl aber sind mehre Einheiten, nämlich 8, in 64 enthalten. Das Produkt 8 . 8 = 64 wird dann gar abgezogen.

§. 23. Aufg. Eine gegebene Zahl durch eine jede andere kleinere zu dividiren.

Aufl. Man vergleiche anfangs den Divisor entweder mit dem aus eben so vielen höchsten Ziffern bestehenden Theile des Dividenden, oder, wenn dieser Theil kleiner als der Divisor ist, nehme man noch eine Ziffer des Dividenden dazu; suche jetzt das Vielfache des Divisors, welches dem ver-

glichenen Theile des Dividenden gleich oder am nächsten kommt, und die höchste Ziffer des Quotienten ist; und ziehe das Produkt dieses ersten Theils des Quotienten in den Divisor von den verglichenen höchsten Stellen des Dividenden ab. Uebrigens verfahre man hier völlig so, wie vorhin (§. 22.).

Um jene Vergleichung anzustellen und das Vielfache des Divisors schneller und leichter zu finden, sucht man nur, wie vielmal die höchste Ziffer des Divisors in der höchsten Ziffer oder, wenn diese kleiner ist, in den beiden höchsten Ziffern des Dividenden enthalten ist, und setzt voraus, der ganze Divisor stecke eben so oft in den ihm zugehörigen Ziffern. Diese Voraussetzung kann falsch sein; denn wenn man das Vielfache des Divisors nimmt, so wird häufig die erste Ziffer desselben durch das, was von den Vielfachen der nachfolgenden Ziffern zu ihr herübergetragen wird, vergrößert; indessen entdeckt sich der Fehler bald dadurch, daß das Vielfache des Divisors von dem verglichenen Theil des Dividenden nicht abgezogen werden kann. Alsdann muß man den gefundenen Theil des Quotienten so lange vermindern, bis der Abzug statt findet. — Umgekehrt, wenn irgend ein Rest größer als der Divisor ist, so ist der Quotient zu klein genommen worden; also muß er vergrößert werden.

Wenn übrigens die heruntergenommene Ziffer des Dividenden noch keine Zahl gibt, welche gleichgroß oder größer als der damit zu vergleichende Divisor ist: so gebe man dem Quotienten eine Null für die zugehörige Stelle, und bringe noch eine Ziffer des Dividenden herunter; wiederhole dieses so

lange, bis man auf eine solche Zahl kommt. Beispiel:

abgekürzt	vollständig
167|535068 (3204	167|535068 (3000
501	501000 200
340	34068 00
334	33400 4
668	668 3204
668	668
*	*

Nämlich zuerst wird der Divisor 167 mit 535 verglichen, und man findet, daß er in 535, womit die Tausende anfangen, 3 tausendmal enthalten ist. Zum Rest 34 läßt man die 0 herab, womit die Hunderte anfangen. In 340 Hunderten aber ist der Divisor 2 hundertmal enthalten. Dieß zeigt die Zahl 2 im Quotienten in der Stelle der Hunderte; so wie vorhin 3 die Stelle der Tausende einnahm. Läßt man nun die 6, welche Zehner bedeutet, herab: so bekommt man 66 Zehner, in welchen 167 offenbar gar keinmal steckt, was auch im Quotienten durch die Null an der Stelle der Zehner bemerkt ist. Nun nimmt man vollends die 8 Einer herab: dieß gibt 668 Einer, in welchen der Divisor gerade 4 mal steckt. Aus dieser Betrachtung wird einem Jeden die Richtigkeit des Verfahrens beim Dividiren einleuchten.

§. 24. Kommen im Divisor und im Dividenden am Ende Nullen vor, so kann man gegen jede Null des Divisors eine Null des Dividenden wegstreichen, und alsdann dividirt man die beiden solchergestalt verkleinerten Zahlen nach den gewöhnlichen Regeln. Z. B.

2048Ø | 1253376000Ø | (612000
12288
2457
2048
4096
4096
000

§. 25. Wenn am Ende der Division ein Rest bleibt, so enthält der Dividend den Divisor ein oder mehrmal ganz, und noch etwas von ihm darüber, welches keinen ganzen Divisor beträgt. Es wird ein Bruch (§. 7.) sein, wovon im folgenden Kapitel wird gehandelt werden. Beispiel:

32 | 180567 (5642
160
205
192
136
128
87
64
23 Rest.

§. 26. Die Multiplikation und Division dienen einander wechselseitig als Probe. Denn da bei der Multiplikation der eine Faktor in dem Produkt so oft enthaltend ist als der andere Faktor anzeigt, so darf man nur, um die Multiplikation zu prüfen, das gefundene Produkt durch einen der beiden Faktoren dividiren: und der Quotient wird den andern Faktor geben.

Will man die Division prüfen, so multiplicire man den Divisor mit dem gefundenen Quotienten und addire zu diesem Produkt den etwa gebliebenen

Rest, und man wird wieder den Dividenden erhalten. Denn der Quotient sagt aus, wie oft der Divisor in dem Dividenden enthalten ist.

§. 27. Zur Uebung mögen folgende Beispiele dienen, wobei zu bemerken ist, daß die Zahl vor dem Doppelpunkt (:) den Dividend, und die nach demselben den Divisor bezeichnet (vgl. §. 9.).

I.

1) 47361498 : 2 gibt den Quotienten
2) 1258341 : 3 gibt
3) 708159286 : 4
4) 30210078 : 7
5) 23864118592 : 8
6) 1765960 : 9
7) 38304 : 16
8) 563004281750 : 25
9) 14799384 : 31
10) 179829 : 87
11) 167770515 : 213
12) 8796114 : 486
13) 1025133848 : 2558
14) 1026056 : 4008
15) 586745600 : 7840
16) 55575912 : 18168
17) 17251934000 : 157840
18) 3859132746 : 975962
19) 323782108052 : 6438172
20) 2396876003700 : 51796348

II.

21) 638574 : 2 gibt den Quotienten
22) 8739088 : 4 gibt
23) 1625345 : 5
24) 6714308 : 7

25) 32108496 : 8
26) 55341 : 13
27) 582496 : 32
28) 817596 : 78
29) 2067696 : 346
30) 2847000 : 730
31) 73642044 : 987
32) 6403023 : 3272
33) 970307328 : 6736
34) 22195875563 : 38209
35) 1732693722 : 54123
36) 71030058448 : 321042
37) 462004000700 : 670505
38) 44101680016 : 210004
39) 36070483000 : 1803040
40) 93857833230 : 2305806

Zweites Kapitel.

Von den gemeinen Brüchen.

§. 28. Ein Ganzes kann man sich in mehre gleiche Theile getheilt denken. Eine Zahl nun, welche einen oder mehre solcher gleicher Theile ausdrückt, heißt eine gebrochene Zahl oder ein Bruch. Das Ganze, worauf sich diese Theile beziehen, kann man die Grundeinheit nennen. Zur vollständigen Bezeichnung eines Bruches braucht man zwei Zahlen: die eine, welche angibt, in wieviel gleiche Theile das Ganze oder die Grundeinheit getheilt ist, heißt der Nenner; die andere, welche anzeigt, wieviele solcher Theile genommen sind, heißt der Zäh-

ler. Man schreibt beide Zahlen unter einander, so daß der Zähler oben, der Nenner unten zu stehen kommt, und zwischen ihnen wird ein Querstrich gezogen. Z. B. Wenn ein Ganzes in 4 gleiche Theile getheilt und 3 davon genommen werden, so schreibt man $\frac{3}{4}$. Eben so bedeutet $\frac{5}{7}$, daß ein Ganzes in 7 gleiche Theile getheilt und davon 5 genommen sind. Man liest beide Zahlenausdrücke: Drei Viertel, Fünf Siebentel.

Man theilt die Brüche in ächte und in unächte. Erstere sind solche, welche kleiner als die Einheit sind oder deren Zähler kleiner als der Nenner ist, z. B. $\frac{3}{5}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{1}{2}$. Letztere sind solche, bei welchen der Zähler größer als der Nenner ist und dieser in jenem nicht aufgeht, z. B. $\frac{5}{2}$, $\frac{7}{3}$, $\frac{15}{8}$. Ein Bruch heißt aber ein uneigentlicher, wenn der Zähler dem Nenner gleich oder größer als der Nenner ist und dieser in jenem aufgeht, z. B. $\frac{6}{6}$, $\frac{15}{3}$, $\frac{21}{7}$.

§. 29. Jeder Bruch läßt sich zugleich auch als ein Quotient betrachten, dessen Dividend der Zähler und dessen Divisor der Nenner des Bruches ist. Denn z. B. bei $\frac{5}{8}$ kann ich auch untersuchen, wie vielmal 8 (der Divisor) in 5 (im Dividenden) steckt. Offenbar aber steckt 8 auch nicht ein einzigmal in 5; vielmehr sind von den in 8 enthaltenen 8 Theilen nur 5 ein einzigmal in 5 enthalten d. h. die Zahl 8 steckt in 5 nur $\frac{5}{8}$ mal (Quotient). Darum haben auch die Brüche und die Quotienten ganz einerlei Bezeichnung.

§. 30. Der Rest, der am Ende einer Division übrig bleibt, ist daher der Zähler eines Bruches, dessen Nenner der Divisor ist. Dieser Bruch muß also noch zum Quotienten hinzugefügt werden, um

diesen vollständig zu erhalten. In obigem Beispiele der Division (§. 25.) ist folglich der vollständige Quotient 5642$\frac{2}{3}\frac{1}{2}$.

§. 31. Darum findet man den Werth eines unächten und eines uneigentlichen Bruches in ganzen Einheiten, wenn man den Zähler durch den Nenner wirklich dividirt z. B. $\frac{5}{5}$ = 1 Ganzes, $\frac{18}{3}$ = 6 Ganze, $\frac{23}{4}$ = 5$\frac{3}{4}$ d. h. 5 Ganze und drei Viertel.

§. 32. Wenn man eines Bruches Zähler mit einer ganzen Zahl multiplicirt, den Nenner aber ungeändert läßt: so wird der Bruch so vielmal größer, so viele Einheiten jene Zahl enthält. Denn dadurch ändert sich die Beschaffenheit der Theile nicht, sondern nur die Menge derselben, und die Größe des Bruches wächset mit der Menge der Theile.

Wird aber der Nenner mit einer ganzen Zahl multiplicirt, und der Zähler unverändert gelassen: so wird der Bruch so vielmal kleiner, so viele Einheiten die ganze Zahl hat. Denn durch die Multiplikation des Nenners ändert sich die Beschaffenheit der Theile, welche kleiner werden, wenn der Nenner größer wird, und zwar um so vielmal kleiner, als die Zahl anzeigt, mit welcher man den Nenner multiplicirt. Da man nun der kleinern Theile nicht mehr nimmt, als vorher der größern: so wird der Bruch so vielmal kleiner, als die Theile kleiner geworden sind, d. h. als der Nenner größer geworden ist.

§. 33. Hieraus folgt: Wenn man Zähler und Nenner eines Bruchs mit einerlei Zahl multiplicirt: so ändert sich nicht der Werth oder die Größe des Bruchs, sondern blos seine Form. Denn die Multiplikation in den Zähler vergrößert den Bruch so vielmal, als die Multiplikation in den Nenner den

vergrößerten wieder verkleinert. Z. B. $\frac{1}{2}$ im Zähler und Nenner durch 30 multiplicirt, gibt $\frac{30}{60}$ oder $\frac{1 \cdot 30}{2 \cdot 30} = \frac{30}{60}$. Ob also Jemand $\frac{1}{2}$ fl. (d. i. einen halben Gulden) hat, oder 30 solche Theile eines Gulden, der in 60 gleiche Theile getheilt ist d. i. 30 Kreuzer, das ist gleichviel. Eben so $\frac{4 \cdot 5}{7 \cdot 5} = \frac{20}{35}$.

§. 34. Wenn der Zähler eines Bruchs mit einer ganzen Zahl dividirt wird, der Nenner aber ungeändert bleibt: so wird der Bruch so vielmal kleiner, als der Zähler kleiner geworden ist. Denn durch die Division des Zählers wird die Anzahl der Theile verkleinert, die Beschaffenheit derselben hingegen bleibt unverändert.

Wird aber bei unverändertem Zähler der Nenner eines Bruchs durch eine ganze Zahl dividirt: so wird der Bruch so vielmal größer, als der Nenner kleiner geworden ist. Denn durch die Verkleinerung des Nenners werden die Theile der Grundeinheit größer, und von diesen größern Theilen werden noch eben so viele, wie vorhin, genommen.

§. 35. Hieraus folgt: Ein Bruch bleibt in seinem Werthe unverändert, wenn Zähler und Nenner zugleich mit einerlei Zahl dividirt werden. Denn durch die erste Division wird der Bruch so vielmal verkleinert, als er durch die andere wieder vergrößert wird. Z. B. $\frac{9}{15}$ im Zähler und Nenner durch 3 dividirt gibt $\frac{3}{5}$ oder $\frac{9 : 3}{15 : 3} = \frac{3}{5}$. Es ist also gleichviel, ob jemand 9 Theile von einer Sache hat, die in 15 Theile getheilt ist, oder 3 Theile derselben Sache, wenn sie in 5 Theile getheilt ist. Ferner, man besitzt gleichviel Geld, man mag entweder $\frac{3}{4}$ fl. oder $\frac{45}{60}$ fl. d. i. 45 Kr. haben.

§. 36. Jede ganze Zahl läßt sich in einen Bruch von einem beliebigen Nenner verwandeln, dessen Zähler den Nenner so vielmal enthält, so viele Einheiten in der ganzen Zahl stecken. Denn jede ganze Zahl läßt sich als ein Bruch betrachten, dessen Nenner = 1 ist z. B. $5 = \frac{5}{1}$; $12 = \frac{12}{1}$ u. s. w. Man darf daher nur Zähler und Nenner mit derjenigen Zahl multipliciren, welche den neuen Nenner anzeigt. Z. B. $7 = \frac{7}{1} = \frac{7 \cdot 6}{1 \cdot 6} = \frac{42}{6}$; eben so $2 = \frac{2}{1} = \frac{2 \cdot 4}{1 \cdot 4} = \frac{8}{4}$. Und der Bruch oder die anfänglich gegebene Zahl bleibt (wegen §. 33.) dem Werthe nach ungeändert.

§. 37. Einen Bruch aufheben heißt: ihn seiner Größe oder seines Werthes unbeschadet durch einen kleinern Zähler und Nenner ausdrücken.

Durch das Heben der Brüche kann nicht nur wegen der kleinern Zahlen die Rechnung vereinfacht und erleichtert werden, sondern durch dasselbe erhält man auch deutlichere Begriffe von dem Werthe oder der Größe der Brüche, z. B. $\frac{1}{2}$ Loth ist leichter zu verstehen als $\frac{16}{32}$ Loth, obgleich beide Brüche einerlei Werth haben. Indessen können nicht alle Brüche gehoben werden, sondern nur diejenigen, welche einen gemeinschaftlichen Divisor haben.

§. 38. Eine Zahl, welche in eine andere Zahl, ohne daß ein Rest bleibt, dividirt werden kann, heißt das Maaß dieser Zahl. Eine Zahl, welche in verschiedenen andern Zahlen zugleich aufgeht, heißt das gemeinschaftliche Maaß oder der gemeinschaftliche Theiler aller dieser Zahlen.

Zahlen, welche durch kein anderes Maaß als durch sich selbst und durch die Einheit gemessen werden können, heißen einfache Zahlen, Primzahlen

oder Grundzahlen, z. B. 1, 2, 3, 5, 7, 11, 13 u. s. w. Mehre Zahlen aber, welche unter sich keinen gemeinschaftlichen Theiler haben, heißen Primzahlen unter sich z. B. 9, 4, 25 u. s. w.

Zahlen, welche ein Maaß haben, heißen vielfache oder zusammengesetzte Zahlen, z. B. 4, 6, 8, 9, 10, 12, 18 u. s. w. Wenn aber zwei oder mehre Zahlen so beschaffen sind, daß sie ein gemeinschaftliches Maaß besitzen, so nennt man sie zusammengesetzte Zahlen unter sich. Das gemeinschaftliche Maaß, durch dessen Division die zusammengesetzten Zahlen unter sich zu Primzahlen unter sich werden, heißt das größte gemeinschaftliche Maaß oder der größte gemeinschaftliche Theiler jener Zahlen.

§. 39. Aufg. Das größte gemeinschaftliche Maaß oder den größten gemeinschaftlichen Theiler zweier Zahlen zu finden.

Aufl. Man dividire die größere Zahl durch die kleinere, und wenn die Division nicht aufgeht, mit dem Rest in den vorhergehenden Divisor, und so fort, immer mit dem Rest in den vorhergehenden Divisor, bis man auf eine Division kommt, welche entweder gar keinen Rest oder 1 d. h. die Einheit zum Rest gibt.

Der letztere Fall zeigt an, daß die gegebenen Zahlen kein gemeinschaftliches Maaß haben; denn bei der Division durch das Eins (durch 1), welches in diesem Falle der gemeinschaftliche Divisor ist, wird der Quotient dem Dividenden gleich und kein neues Ergebniß gewonnen.

Wenn aber die Division ohne allen Rest aufgehet, so wird der bei ihr gebrauchte letzte Divisor

das gesuchte größte gemeinschaftliche Maaß der gegebenen Zahlen sein.

Beispiele: 1) Man soll für die Zahlen 1260 und 2016 das größte gemeinschaftliche Maaß suchen:

1260|2016|1
1260
―――――
756|1260|1
756
―――――
504|756|1
504
―――――
252|504|2
504
―――――
*

der letzte Divisor 252 ist das gesuchte größte gemeinschaftliche Maaß oder der größte gemeinschaftliche Theiler von 1260 und 2016, welches in beide Zahlen ohne Rest aufgehen wird.

2) Das größte gemeinschaftliche Maaß der Zahlen 37 und 6513 zu finden:

37|6513|176
37
―――――
281
259
―――――
223
222
―――――
1

Da hier die Division 1 zum Rest gibt, so haben beide gegebene Zahlen keinen gemeinschaftlichen größten Theiler.

Der Grund des vorgeschriebenen Verfahrens liegt darin, daß, wenn eine Zahl in einer andern aufgeht, sie nicht nur in jedem Produkt derselben

aufgeht, sondern auch in jeder Zahl, die aus einem solchen Produkt und der Zahl, mit welcher man dividirt, zusammengesetzt ist. Wenn im ersten Beispiele 252 in 504 aufgeht, so geht es auch in 504 + 252 = 756; in 252 . 5 = 1260; und in 252 . 8 = 2016 auf; ferner in 756 + 504 = 1260 und in 1260 + 756 = 2016.

§. 40. Andere Beispiele zur Uebung sind folgende:

1) Welches ist das größte gemeinschaftliche Maaß oder der größte gemeinschaftliche Theiler von 504 und 5120?
2) von 37 und 2923?
3) von 3024 und 3528?
4) von 575 und 17342?
5) von 43134 und 269087?
6) von 134352 und 424980?
7) von 6709 und 350827?
8) von 24776 und 8253195?

§. 41. Aufg. Einen gegebenen Bruch aufzuheben.

Aufl. Man suche für Zähler und Nenner den größten gemeinschaftlichen Theiler und dividire beide damit. Der Quotient beim Zähler gibt den neuen Zähler; der Quotient beim Nenner gibt den neuen Nenner. Auch wird durch ein solches Verfahren der Werth des Bruches nicht im mindesten verändert (vermöge §. 35.) Findet man kein gemeinschaftliches Maaß, so beweiset dieses, daß sich der gegebene Bruch nicht heben läßt.

Beispiel: Man soll den Bruch $\frac{1617}{1620}$ heben. Man wird das größte gemeinschaftliche Maaß 231 finden; da nun 1617 : 231 = 7 und 4620 : 231 = 20

ist, so ist der neue Bruch $\frac{7}{20}$. Man schreibt dieß also:

$$\overset{231}{\frac{1617}{4620}} \Big| \frac{7}{20}$$

Man kann auch so verfahren, daß man kleine schickliche, gemeinschaftliche Theiler nimmt, und mit diesen so lange dividirt, bis Zähler und Nenner Primzahlen sind. Das Produkt dieser kleinern Theiler wird dann dem größten gemeinschaftlichen Theiler oder Maaß gleich sein. So kann man in dem letzten Beispiele anstatt auf einmal mit 231 zu dividiren, nach und nach durch 3, 7, 11 dividiren. Dieser drei Zahlen Produkt gibt aber wieder die Zahl 231 oder $3 \cdot 7 \cdot 11 = 231$. Das Beispiel sieht dann also aus:

$$\frac{1617}{4620} \Big| \overset{3}{\frac{539}{1540}} \Big| \overset{7}{\frac{77}{220}} \Big| \overset{11}{\frac{7}{20}}$$

Das erste Verfahren ist aber vorzuziehen, weil man gleich das Endergebniß auf einmal erhält, und oft der Bruch aus großen Primzahlen oder Grundzahlen besteht, die man nicht immer sogleich als solche erkennt.

§. 42. Beispiele zur Uebung. Man soll folgende Brüche aufheben:

I.	II.
1) $\frac{693}{792}$	13) $\frac{945}{1512}$
2) $\frac{195}{1456}$	14) $\frac{252}{2315}$
3) $\frac{221}{1190}$	15) $\frac{20736}{31104}$
4) $\frac{21980}{37680}$	16) $\frac{805}{2829}$
5) $\frac{3203}{4537}$	17) $\frac{169}{221}$
6) $\frac{342}{437}$	18) $\frac{552}{575}$
7) $\frac{87}{116}$	19) $\frac{248}{279}$

8) $\frac{333}{407}$	20) $\frac{41}{492}$
9) $\frac{6727}{29667}$	21) $\frac{31752}{52920}$
10) $\frac{1024}{1832}$	22) $\frac{134352}{124980}$
11) $\frac{10794}{20016}$	23) $\frac{1572}{7336}$
12) $\frac{273549}{455915}$	24) $\frac{1799}{3341}$

§. 43. Brüche, welche verschiedene Nenner haben, in gleichgeltende von einerlei Nenner verwandeln heißt: sie unter einerlei Benennung bringen.

§. 44. Aufg. Brüche von verschiedenen Nennern unter einerlei Benennung zu bringen.

Aufl. Man multiplicire den Zähler und Nenner eines jeden Bruches mit den Nennern aller übrigen Brüche: so wird man dadurch andere den gegebenen gleiche Brüche erhalten (§. 33.), welche das Produkt aus allen Nennern zu ihrem gemeinschaftlichen Nenner haben werden. Z. B.

$$\frac{2}{5} = \frac{2 \cdot 4 \cdot 7}{5 \cdot 4 \cdot 7} = \frac{56}{140}$$

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 5 \cdot 7}{4 \cdot 5 \cdot 7} = \frac{105}{140}$$

$$\frac{5}{7} = \frac{5 \cdot 5 \cdot 4}{7 \cdot 5 \cdot 4} = \frac{100}{140}$$

Bei diesem Verfahren entsteht bei großen und vielen Nennern ein sehr großer gemeinschaftlicher Nenner; es läßt sich aber oft ein kleinerer finden, welcher der kleinste gemeinschaftliche Nenner heißt. Es ist nämlich schon genug, wenn jeder einzelne Nenner in dem gemeinschaftlichen auch nur einmal als Faktor vorkommt; und jeder kleinere Nenner, der in einem größern steckt, braucht deßhalb ebenfalls nicht besonders als Faktor in dem gemeinschaftlichen Nenner vorzukommen. Um nun den kleinsten gemeinschaftlichen Nenner sicher zu finden,

zerfälle man einen jeden gegebenen Nenner in seine kleinsten Faktoren, und füge dann den Faktoren eines jeden Nenners diejenigen aus den Faktoren der andern Nenner hinzu, die ihm selbst noch fehlen. Und damit kein Bruch etwas an seinem Werthe verliere, muß man den Zähler eines jeden Bruches mit eben der Zahl multipliciren, mit welcher man den Nenner multiplicirt. Ein Beispiel wird die Sache anschaulich und deutlich machen. Man soll folgende Brüche unter einerlei Benennung bringen: $\frac{1}{4}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{2}{15}$. Es ist $4 = 2 . 2$ und $6 = 2 . 3$; sodann $8 = 2 . 2 . 2$ und $15 = 3 . 5$. Demnach

$$\frac{1}{4} = \frac{1 . 3 . 2 . 5}{2 . 2 . 3 . 2 . 5} = \frac{30}{120}$$

$$\frac{5}{6} = \frac{5 . 2 . 2 . 5}{2 . 3 . 2 . 2 . 5} = \frac{100}{120}$$

$$\frac{3}{8} = \frac{3 . 3 . 5}{2 . 2 . 2 . 3 . 5} = \frac{45}{120}$$

$$\frac{2}{15} = \frac{2 . 2 . 2 . 2}{3 . 5 . 2 . 2 . 2} = \frac{16}{120}$$

Nach der allgemeinen Regel wäre der gemeinschaftliche Nenner $= 4 . 6 . 8 . 15 = 2880$.

Ein anderes Verfahren ist folgendes: Man streiche die Nenner, die in einem größern oder höhern ganz enthalten sind, weg; dividire die übrigen, wenigstens zu zwei und zwei, durch einen gemeinschaftlichen Theiler, und schreibe sowohl diesen Theiler, der unverändert bleiben muß, als auch die erhaltenen Quotienten statt der dividirten Zahlen hin. Die Quotienten aber dürfen unter sich und mit den gegebenen Divisoren, wo es angeht, verkleinert werden. Endlich multiplicire man sowohl die übriggelassenen Divisoren, als auch die Quotienten durch einander. Das Produkt gibt den kleinsten gemeinschaftlichen

Nenner. In denselben dividire man mit dem Nenner eines jeden Bruchs, und mit seinem Zähler multiplicire man den dadurch gewonnenen Quotienten. Dieses Produkt gibt den jedem Bruche zugehörigen neuen Zähler. Das vorige Beispiel wird nach diesem Verfahren also berechnet: Die Nenner sind

	4	6	8	15
3)		2	4	5
2)		1		

Das Produkt dieser Divisoren und Quotienten ist

$$3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 4 \cdot 5 = 120$$

als der kleinste gemeinschaftliche Nenner. Man kann dann vollends also fortfahren

	120		folglich
$\frac{1}{4}$	30	30	$\frac{1}{4} = \frac{30}{120}$
$\frac{5}{6}$	20	100	$\frac{5}{6} = \frac{100}{120}$
$\frac{3}{8}$	15	45	$\frac{3}{8} = \frac{45}{120}$
$\frac{2}{15}$	8	16	$\frac{2}{15} = \frac{16}{120}$

wie vorhin. Der Grund dieses Verfahrens beruht darin, daß man durch das Ausstreichen und Dividiren die mehrmals vorkommenden gleichen Faktoren wegschafft, und die nur einmal vorhandenen sodann multiplicirt, durch welches Produkt der kleinste gemeinschaftliche Nenner hervortritt. Indem man nun hierauf in denselben durch die gegebenen einzelnen Nenner dividirt, ergibt sich, wie vielmal der gemeinschaftliche Nenner größer ist als jeder der gegebenen. Darum wird auch der gegebene Zähler mit jedem zugehörigen Quotienten multiplicirt. Weil nun auf diese Weise Zähler und Nenner eines jeden Bruches gleichvielmal größer genommen oder geworden ist,

so ist der Werth des anfänglichen Bruches nicht geändert (§. 33.).

§. 45. Nicht immer können die Nenner in Faktoren zerlegt werden, wenn sie nämlich Primzahlen sind. Für diesen Fall gibt es keinen kleinsten gemeinschaftlichen Nenner. Man verfährt dann, wie gleich am Anfang des vorigen §. 44. ist gelehrt worden. Z. B.

$$\frac{2}{3} = \frac{2.5.2.7}{3.5.2.7} = \frac{140}{210}$$

$$\frac{4}{5} = \frac{4.3.2.7}{5.3.2.7} = \frac{168}{210}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1.3.5.7}{2.3.5.7} = \frac{105}{210}$$

$$\frac{1}{7} = \frac{1.3.5.2}{7.3.5.2} = \frac{30}{210}$$

Zur Uebung soll man folgende Brüche unter einerlei Benennung bringen:

I.

1) $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{5}{6}$

2) $\frac{3}{8}$, $\frac{5}{12}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{2}{7}$

3) $\frac{3}{10}$, $\frac{5}{12}$, $\frac{7}{15}$, $\frac{11}{18}$

4) $\frac{7}{20}$, $\frac{2}{21}$, $\frac{8}{10}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{11}$

5) $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{13}{20}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{13}{28}$

6) $\frac{2}{5}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{3}{10}$

7) $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{2}{7}$, $\frac{8}{11}$

8) $\frac{5}{9}$, $\frac{2}{17}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{4}{5}$

9) $\frac{1}{9}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{2}$

10) $\frac{1}{12}$, $\frac{9}{16}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{11}{24}$

11) $\frac{7}{22}$, $\frac{5}{11}$, $\frac{14}{55}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{9}{10}$

12) $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{5}{12}$, $\frac{14}{15}$, $\frac{7}{30}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{19}{20}$, $\frac{17}{60}$

II.

13) $\frac{4}{5}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{7}{12}$

14) $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{7}{9}$, $\frac{3}{4}$

15) $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{7}{12}$, $\frac{5}{8}$

16) $\frac{1}{6}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{19}{32}$, $\frac{23}{24}$

17) $\frac{7}{8}$, $\frac{1}{9}$, $\frac{5}{12}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{16}$, $\frac{1}{2}$

18) $\frac{4}{5}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{7}{9}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{7}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{3}{4}$

19) $\frac{7}{13}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{10}$, $\frac{7}{8}$

20) $\frac{6}{7}$, $\frac{4}{9}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{8}{9}$, $\frac{5}{6}$

21) $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{5}{7}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{5}{12}$, $\frac{7}{15}$

22) $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{9}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{7}{10}$

23) $\frac{1}{8}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{7}{20}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{1}{4}$

24) $\frac{5}{6}$, $\frac{7}{10}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{29}{90}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{7}{15}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{17}{45}$, $\frac{1}{30}$

§. 46. Aufg. Zu untersuchen, ob gegebene Brüche einander gleich sind, oder nicht.

Aufl. Man bringe die gegebenen Brüche zuerst unter einerlei Benennung, und dann vergleiche man ihre Zähler. Derjenige, welcher den größern Zähler hat, ist auch der größere; der andere ist der kleinere. Denn wer bei gleicher Eintheilung mehre Theile zählt, ist der größere. Z. B. $\frac{3}{5}$ und $\frac{4}{7}$. Es ist nun

$$\frac{3}{5} = \frac{3 \cdot 7}{5 \cdot 7} = \frac{21}{35}$$

$$\frac{4}{7} = \frac{4 \cdot 5}{7 \cdot 5} = \frac{20}{35}$$

also ist $\frac{3}{5}$ mehr oder größer als $\frac{4}{7}$.

§. 47. Man vergleiche die Werthe folgender Brüche:

1) $\frac{7}{8}$ und $\frac{15}{17}$

2) $\frac{5}{16}$ und $\frac{7}{23}$

3) $\frac{4}{9}$ und $\frac{15}{41}$

4) In welcher Ordnung folgen die Werthe der Brüche $\frac{3}{5}$, $\frac{4}{7}$ und $\frac{5}{8}$?

5) dann der Brüche $\frac{9}{16}$, $\frac{7}{12}$, $\frac{6}{11}$, $\frac{5}{9}$ und $\frac{3}{8}$?

6) endlich der Brüche $\frac{4}{11}$, $\frac{3}{13}$, $\frac{7}{22}$, $\frac{5}{16}$ und $\frac{6}{17}$?

§. 48. Gemischte Zahlen nennt man solche, welche aus ganzen Zahlen und Brüchen zusammengesetzt sind. Z. B. $12\frac{5}{9}$, $8\frac{1}{6}$.

§. 49. Aufg. Brüche und gemischte Zahlen zu addiren.

Aufl. 1. Da nur Gleichartiges addirt oder zusammengezählt werden kann, so müssen die Brüche, wenn sie verschiedene Nenner haben, vor Allem unter einerlei Benennung gebracht werden. Wenn alle Brüche einerlei Nenner haben, so zähle man ihre Zähler zusammen und gebe der Summe den gemeinschaftlichen Nenner. Denn Brüche mit gleichen Nennern sind als Größen von einerlei Art zu betrachten, deren Menge d. h. deren sämmtliche Zähler man wissen will. Kommen in der Summe unächte oder uneigentliche Brüche zum Vorschein, so ziehe man die Ganzen heraus (nach §. 31.). Z. B.

1)
$$\frac{1}{4} = \frac{1 \quad . \, 3}{2 \, . \, 2 \, . \, 3} = \frac{3}{12}$$
$$\frac{5}{6} = \frac{5 \quad . \, 2}{2 \, . \, 3 \, . \, 2} = \frac{10}{12}$$
$$\frac{1}{2} = \frac{1 \, . \, 2 \, . \, 3}{2 \, . \, 2 \, . \, 3} = \frac{6}{12}$$
$$\frac{3}{4} = \frac{3 \quad . \, 3}{2 \, . \, 2 \, . \, 3} = \frac{9}{12}$$
$$\frac{28}{12} = 2\frac{4}{12} = 2\frac{1}{3}$$

2)
$$\frac{3}{8}$$
$$\frac{5}{8}$$
$$\frac{1}{8}$$
$$\frac{2}{8}$$
$$\frac{11}{8} = 1\frac{3}{8}.$$

2. Bei gemischten Zahlen addire man zuerst die gegebenen Brüche, wie vorhin (Nr. 1.); alsdann die gegebenen ganzen Zahlen, und zähle zu diesen

die ganzen Einheiten, welche in der Summe der Brüche etwa enthalten sind. Z. B.

1)
$$\begin{aligned} 4\tfrac{1}{8} &= 4\tfrac{3}{24} \\ 7\tfrac{2}{3} &= 7\tfrac{16}{24} \\ 10\tfrac{3}{4} &= 10\tfrac{18}{24} \\ 8\tfrac{1}{3} &= 8\tfrac{8}{24} \\ \hline 29\tfrac{45}{24} &= 30\tfrac{21}{24} = 30\tfrac{7}{8} \end{aligned}$$

2)
$$\begin{aligned} 6\tfrac{1}{3} &= 6\tfrac{616}{1848} \\ 4\tfrac{5}{7} &= 4\tfrac{1320}{1848} \\ 11\tfrac{3}{8} &= 11\tfrac{693}{1848} \\ 9\tfrac{7}{11} &= 9\tfrac{1176}{1848} \\ \hline 30\tfrac{3805}{1848} &= 32\tfrac{109}{1848}. \end{aligned}$$

§. 50. Beispiele zur Uebung. Man addire:

I.

1) $\frac{5}{6}$, $\frac{8}{9}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{3}{5}$

2) $\frac{5}{8}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{8}{15}$, $\frac{4}{5}$

3) $\frac{1}{8}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{7}$, $\frac{4}{5}$

4) $9\frac{3}{4}$, $12\frac{5}{6}$, $8\frac{1}{3}$, $15\frac{1}{2}$

5) $12\frac{1}{2}$, $60\frac{5}{6}$, $8\frac{3}{4}$, $16\frac{2}{3}$, $21\frac{1}{4}$

6) $15\frac{1}{4}$, $18\frac{3}{5}$, $7\frac{2}{3}$, $8\frac{3}{4}$, $12\frac{5}{8}$, $24\frac{15}{16}$

7) $\frac{2}{7}$, $\frac{4}{21}$, $\frac{5}{42}$, $\frac{9}{14}$, $\frac{2}{3}$ und $\frac{1}{2}$

8) $\frac{3}{8}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{9}{10}$, $\frac{5}{12}$, $\frac{1}{6}$ und $\frac{15}{16}$

9) $\frac{5}{8}$, $\frac{7}{10}$, $\frac{3}{11}$, $\frac{1}{12}$, $\frac{4}{15}$, $\frac{9}{16}$, $\frac{17}{20}$, $\frac{12}{23}$

10) $4\frac{1}{3}$, $\frac{5}{6}$, $5\frac{7}{12}$, $13\frac{8}{9}$, $\frac{25}{27}$, $\frac{5}{36}$

11) $12\frac{1}{5}$, $9\frac{7}{10}$, $11\frac{1}{2}$, $2\frac{11}{20}$, $15\frac{1}{4}$ und $6\frac{5}{8}$

12) $8\frac{3}{4}$, $94\frac{2}{3}$, $\frac{7}{15}$, $9\frac{1}{2}$, $17\frac{3}{8}$, $\frac{12}{25}$, $102\frac{19}{60}$, $52\frac{11}{18}$, $500\frac{17}{32}$, $\frac{25}{36}$, $87\frac{19}{64}$ und $205\frac{13}{24}$

II.

13) $\frac{4}{7}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{5}{6}$

14) $\frac{2}{5}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{5}{12}$, $\frac{4}{9}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{5}{8}$

15) $\frac{1}{3}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{6}{7}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{7}{10}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{5}{7}$

16) $104\frac{1}{6}$, $86\frac{4}{5}$, $13\frac{1}{2}$, $236\frac{5}{12}$, $51\frac{7}{8}$

17) $25\frac{2}{3}$, $88\frac{4}{7}$, $431\frac{5}{6}$, $29\frac{3}{4}$, $92\frac{1}{4}$, $43\frac{7}{9}$

18) $4\frac{7}{8}$, $6\frac{1}{2}$, $15\frac{3}{20}$, $8\frac{7}{10}$, $3\frac{7}{15}$, $12\frac{1}{4}$, $18\frac{5}{6}$

19) $\frac{5}{12}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{7}{15}$, $\frac{5}{30}$, $\frac{3}{25}$, $\frac{7}{10}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{7}{12}$, $\frac{5}{8}$
20) $36\frac{1}{4}$, $17\frac{2}{9}$, $23\frac{4}{5}$, $87\frac{5}{6}$, $42\frac{1}{2}$, $13\frac{4}{11}$, $48\frac{7}{22}$
21) $\frac{5}{12}$, $\frac{3}{7}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{2}{21}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{14}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{5}{6}$
22) $123\frac{4}{5}$, $336\frac{7}{10}$, $15\frac{3}{8}$, $76\frac{4}{25}$, $147\frac{1}{2}$, $724\frac{13}{20}$
23) $\frac{1}{2}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{9}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{4}{7}$
24) $63\frac{5}{7}$, $18\frac{3}{4}$, $21\frac{7}{12}$, $300\frac{4}{9}$, $216\frac{1}{5}$, $47\frac{2}{3}$, $81\frac{3}{5}$, $19\frac{3}{4}$

§. 51. Um eine gemischte Zahl in einen ihr gleichen Bruch zu verwandeln, multiplicire man die ganze Zahl mit dem Nenner des Bruches, addire zum Produkte den Zähler dieses Bruches und schreibe den vorigen Nenner des Bruches als Nenner darunter, z. B. $6\frac{2}{7} = \frac{6 \cdot 7 + 2}{7} = \frac{44}{7}$; eben so $1\frac{13}{24} = \frac{1 \cdot 24 + 13}{24} = \frac{37}{24}$.

§. 52. Aufg. Brüche und gemischte Zahlen von einander abzuziehen.

Aufl. 1. Man sorge zuerst dafür, daß die Brüche einerlei Nenner haben. Alsdann ziehe man die Zähler der Brüche von einander ab, und schreibe unter den Rest den gemeinschaftlichen Nenner. Denn dadurch werden Größen, deren Grundeinheit einerlei Eintheilung hat, von einander abgezogen. Z. B. von $\frac{11}{12}$ sollen $\frac{5}{12}$ abgezogen werden:

$\frac{11}{12}$	Eben so	$\frac{7}{9} = \frac{91}{117}$
$\frac{5}{12}$		$\frac{8}{13} = \frac{72}{117}$
Rest $\frac{6}{12} = \frac{1}{2}$		Rest $\frac{19}{117}$

2. Bei gemischten Zahlen ziehe man zuerst die Brüche von einander ab, wie vorhin (Nr. 1.); alsdann die ganzen Zahlen. Sollte sich der eine Bruch von dem andern nicht abziehen lassen: so borge man

von den ganzen Zahlen des Minuenden eine Einheit. Diese gibt einen Bruch von gleichem Zähler und Nenner, weil $1 = \frac{2}{2} = \frac{3}{3} = \frac{4}{4}$ u. s. w. Man muß aber den Nenner dem gemeinschaftlichen Nenner der abzuziehenden Brüche gleich machen. Z. B.

1) $18\frac{4}{5} = 18\frac{32}{40}$
$\underline{\;7\frac{3}{8} = \;7\frac{15}{40}}$
Rest $11\frac{17}{40}$

2) $36\frac{1}{7} = 36\frac{3}{21}$
$\underline{19\frac{2}{3} = 19\frac{14}{21}}$
Rest $16\frac{10}{21}$

§. 53. Man berechne noch folgende Beispiele:

I.

1) $\frac{12}{17} - \frac{9}{17}$
2) $\frac{3}{4} - \frac{5}{8}$
3) $\frac{19}{25} - \frac{5}{9}$
4) $42\frac{5}{8} - 6\frac{3}{8}$
5) $109\frac{5}{12} - 34\frac{4}{7}$
6) $36\frac{3}{5} - 5\frac{2}{3}$
7) $\frac{11}{28} - \frac{17}{72}$
8) $\frac{31}{42} - \frac{9}{14}$
9) $\frac{113}{560} - \frac{135}{784}$
10) $4\frac{3}{5} - \frac{13}{16}$
11) $12 - 9\frac{5}{18}$
12) $18\frac{3}{7} - 14$

II.

13) $\frac{11}{12} - \frac{5}{12}$
14) $\frac{7}{8} - \frac{9}{16}$
15) $\frac{7}{15} - \frac{3}{20}$
16) $36\frac{7}{9} - 12\frac{2}{9}$
17) $27\frac{3}{4} - 15\frac{7}{12}$
18) $64\frac{2}{5} - 18\frac{6}{7}$
19) $\frac{14}{23} - \frac{1}{4}$
20) $\frac{5}{8} - \frac{17}{32}$
21) $34\frac{11}{20} - 19\frac{5}{27}$
22) $76\frac{2}{5} - \frac{29}{35}$
23) $56 - 31\frac{5}{12}$
24) $81\frac{3}{7} - 35$

§. 54. Aufg. Brüche und gemischte Zahlen mit einander zu multipliciren.

Aufl. 1. Wenn ein Bruch mit einem Bruche zu multipliciren ist, so multiplicire man Zähler mit Zähler, und Nenner mit Nenner. Das erste Produkt gibt den neuen Zähler, das andere den neuen Nenner. Z. B.

$$\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4} = \frac{2 \cdot 3}{5 \cdot 4} = \frac{6}{20} \text{ oder } \frac{3}{10}.$$

Nämlich $\frac{2}{5}$ soll hier nicht 3mal ganz, sondern blos mit dem vierten Theil davon genommen werden d. h. $\frac{2}{5}$ soll 3mal genommen, aber dann mit 4 dividirt werden. Das Erstere geschieht (vermöge §. 32.), indem man den Zähler (hier 2) durch 3 multiplicirt; das Andere (ebenfalls vermöge §. 32.), wenn man den Nenner (hier 5) durch 4 multiplicirt. Hieraus erhellet der Grund des Verfahrens, der an jedem andern Beispiel auf gleiche Weise nachgewiesen werden kann.

Eben so kann man auch drei und mehre Brüche mit einander multipliciren, z. B.

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{5}{7} \cdot \frac{3}{4} = \frac{1 \cdot 5 \cdot 3}{3 \cdot 7 \cdot 4} = \frac{15}{84}.$$

2. Ist der eine Faktor eine ganze Zahl, der andere ein Bruch: so multiplicire man die ganze Zahl mit dem Zähler des Bruches, und lasse den Nenner ungeändert. Der Grund davon erhellet aus §. 32.; oder man schreibe die ganze Zahl als einen Bruch, indem man ihr 1 zum Nenner gibt, und verfahre wie vorhin (Nr. 1.). Z. B.

$$7 \cdot \frac{5}{13} = \frac{35}{13} = 2\frac{9}{13}$$

oder $\frac{7}{1} \cdot \frac{5}{13} = \frac{35}{13} = 2\frac{9}{13}$

Eben so $\frac{3}{8} \cdot 12 = \frac{36}{8} = 4\frac{4}{8} = 4\frac{1}{2}$

3. Sind unter den Faktoren gemischte Zahlen: so verwandele man sie in Brüche (§. 51.) und verfahre dann nach den vorhergehenden Regeln. Z. B.

$$6\frac{2}{5} \cdot 4\frac{1}{3} = \frac{32}{5} \cdot \frac{13}{3} = \frac{416}{15} = 27\frac{11}{15}$$

$$1\frac{7}{8} \cdot 10 = \frac{15}{8} \cdot 10 = \frac{150}{8} = 18\frac{3}{4}$$

$$\frac{5}{9} \cdot 2\frac{1}{4} = \frac{5}{9} \cdot \frac{9}{4} = \frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}.$$

§. 55. Einige Beispiele zur Uebung:

I.	II.
1) $\frac{9}{13} \cdot \frac{17}{25}$	13) $\frac{7}{15} \cdot \frac{3}{14}$
2) $\frac{5}{6} \cdot \frac{3}{8} \cdot \frac{1}{4}$	14) $\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{7} \cdot \frac{3}{5}$
3) $132 \cdot \frac{7}{12}$	15) $144 \cdot \frac{9}{24}$
4) $\frac{19}{41} \cdot 86$	16) $\frac{23}{48} \cdot 24$
5) $153\frac{1}{8} \cdot \frac{16}{25}$	17) $36\frac{4}{5} \cdot \frac{15}{16}$
6) $28\frac{4}{5} \cdot 51\frac{7}{8}$	18) $42\frac{3}{5} \cdot 19\frac{1}{2}$
7) $\frac{27}{35} \cdot \frac{59}{67}$	19) $\frac{7}{24} \cdot \frac{6}{7}$
8) $\frac{16}{19} \cdot \frac{8}{13}$	20) $\frac{37}{40} \cdot \frac{8}{21}$
9) $\frac{3}{8} \cdot \frac{5}{7} \cdot \frac{19}{29}$	21) $\frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{7}$
10) $\frac{3}{16} \cdot 4\frac{11}{17}$	22) $\frac{5}{9} \cdot 34\frac{1}{3}$
11) $4538\frac{6}{11} \cdot \frac{19}{23}$	23) $9\frac{11}{12} \cdot 5\frac{3}{5}$
12) $32\frac{1}{4} \cdot 32\frac{1}{4}$	24) $59\frac{3}{4} \cdot 59\frac{3}{4}$

§. 56. **Aufg.** Brüche und gemischte Zahlen durch einander zu dividiren.

Aufl. 1. Wenn ein Bruch durch einen andern Bruch dividirt werden soll: so multiplicire man den Zähler des Dividenden mit dem Nenner des Divisors, und den Nenner des Dividenden mit dem Zähler des Divisors. Das erste Produkt gibt den neuen Zähler und das andere den neuen Nenner; oder kürzer: Man kehre den Divisor um, und multiplicire mit dem umgekehrten Bruch nach obigen Regeln der Multiplikation. Z. B.

$$\frac{6}{7} : \frac{3}{8} = \frac{6}{7} \cdot \frac{8}{3} = \frac{48}{21} = 2\frac{2}{7}$$

Denn mit $\frac{3}{8}$ dividiren heißt mit dem achten Theil von 3 dividiren. Wenn man daher durch 3 dividirt (welches geschieht, indem man den Nenner von $\frac{6}{7}$ mit 3 multiplicirt, §. 32.), so ist der Quotient (hier $\frac{6}{7 \cdot 3}$) 8 mal zu klein und muß daher

erst noch mit 8 multiplicirt werden; daher ist der vollständige Quotient hier $\frac{6 \cdot 8}{7 \cdot 3}$ d. i. $\frac{48}{21} = 2\frac{2}{7}$. Hieraus erhellet die Richtigkeit der voranstehenden Regel.

2. Soll ein Bruch durch eine ganze Zahl dividirt werden: so lasse man den Zähler unverändert, und multiplicire den Nenner mit der ganzen Zahl. Den Grund des Verfahrens gibt §. 32. an; oder man schreibe die ganze Zahl als einen Bruch, indem man ihr 1 zum Nenner gibt, und verfahre wie vorhin Nr 1. Z. B.

$$\frac{6}{11} : 5 = \frac{6}{11 \cdot 5} = \frac{6}{55}$$

$$\frac{8}{9} : 4 = \frac{8}{9} : \frac{4}{1} = \frac{8}{9} \cdot \frac{1}{4} = \frac{8}{36} = \frac{2}{9}.$$

3. Wenn eine ganze Zahl durch einen Bruch zu dividiren ist, so tritt der erste Fall wieder ein; welches auch erhellet, wenn man die ganze Zahl als einen Bruch schreibt, dessen Nenner 1 ist. Z. B.

$$12 : \frac{2}{3} = 12 \cdot \frac{3}{2} = \frac{36}{2} = 18$$

oder $12 : \frac{2}{3} = \frac{12}{1} : \frac{2}{3} = \frac{12}{1} \cdot \frac{3}{2} = \frac{36}{2} = 18.$

4. Kommen gemischte Zahlen vor: so verwandele man sie zuerst in unächte Brüche und verfahre dann nach den vorigen Regeln der Division. Z. B.

$$2\frac{1}{4} : 7 = \frac{9}{4} : 7 = \frac{9}{28}$$

$$16 : 8\frac{1}{2} = 16 : \frac{17}{2} = \frac{32}{17} = 1\frac{15}{17}$$

$$3\frac{1}{8} : 4\frac{2}{5} = \frac{25}{8} : \frac{22}{5} = \frac{125}{176}$$

§. 57. Beispiele zur Uebung:

I.	II.
1) $\frac{8}{9} : \frac{5}{8}$	13) $\frac{5}{7} : \frac{3}{4}$
2) $\frac{18}{57} : \frac{67}{83}$	14) $\frac{21}{25} : \frac{7}{15}$
3) $\frac{5}{6} : 5$	15) $\frac{3}{4} : 6$

4) $\frac{8}{9} : 12$
5) $45 : \frac{4}{5}$
6) $365 : \frac{3}{4}$
7) $25\frac{3}{4} : 6$
8) $60 : 4\frac{1}{2}$
9) $12\frac{2}{3} : 7\frac{1}{4}$
10) $486\frac{3}{4} : 40\frac{3}{8}$
11) $\frac{5}{8} : \frac{6}{7}$
12) $6 : \frac{17}{31}$
16) $\frac{7}{12} : 28$
17) $54 : \frac{18}{23}$
18) $400 : \frac{8}{9}$
19) $8\frac{3}{11} : \frac{4}{7}$
20) $36 : 4\frac{1}{2}$
21) $\frac{13}{17} : \frac{4}{11}$
22) $8 : \frac{5}{19}$
23) $2\frac{3}{8} : 5\frac{7}{11}$
24) $12\frac{5}{13} : 2\frac{17}{29}$

§. 58. Brüche, deren Zähler oder Nenner, oder beide zugleich Brüche sind, heißen **Bruchsbrüche**, z. B. $\frac{1\frac{3}{4}}{6}$ oder $\frac{\frac{7}{4}}{6}$; $\frac{9}{8\frac{2}{3}}$ oder $\frac{9}{\frac{26}{3}}$; $\frac{2\frac{1}{3}}{5\frac{1}{8}}$ oder $\frac{\frac{7}{3}}{\frac{41}{8}}$. Solche Brüche können auch in ganz gewöhnlichen Rechnungen vorkommen; so hört man ja oft z. B. von einem halb Viertel $\frac{\frac{1}{2}}{4}$, halb Achtel $\frac{\frac{1}{2}}{8}$ u. s. w. Man sieht aber von selbst, daß sie keine besondere Behandlung erfordern. Man behandelt nämlich solche Brüche wie Quotienten oder Divisionen (§. 29.), wo der Zähler den Dividenden und der Nenner den Divisor abgibt. So ist $\frac{\frac{7}{4}}{6} = \frac{7}{4} : 6 = \frac{7}{24}$; eben so $\frac{9}{\frac{26}{3}} = 9 : \frac{26}{3} = \frac{27}{26} = 1\frac{1}{26}$; ferner $\frac{\frac{7}{3}}{\frac{41}{8}} = \frac{7}{3} : \frac{41}{8} = \frac{56}{123}$. Andere Beispiele sind: $\frac{1}{8\frac{1}{3}} = \frac{1}{\frac{25}{3}} = 1 : \frac{25}{3} = \frac{3}{25}$; ferner $\frac{1}{2\frac{3}{25}} = \frac{1}{\frac{53}{25}} = 1 : \frac{53}{25} = \frac{25}{53}$; endlich $\frac{\frac{3}{4}}{\frac{1}{2}} = \frac{3}{4} : \frac{1}{2} = \frac{6}{4} = 1\frac{1}{2}$ und $\frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{4}} = \frac{1}{2} : \frac{3}{4} = \frac{2}{3}$.

Drittes Kapitel.

Von den Decimalbrüchen.

§. 59. Brüche, deren Nenner die Zahl 10 oder ein Produkt aus der Zahl 10 mit sich selbst ist, heißen Decimalbrüche. Z. B. $\frac{6}{10}$, $\frac{5}{100}$, $\frac{14}{1000}$, $\frac{3278}{10000}$, u. s. w.

§. 60. Die Decimalbrüche gewähren manche Vortheile. Denn weil der Nenner leicht kenntlich ist, so kann man ihn ganz weglassen und durch ein Komma andeuten, indem man im Zähler von der Rechten gegen die Linke durch das Komma so viele Ziffern abschneidet, so viele Nullen der Nenner hat. Enthält der Zähler weniger Ziffern als der Nenner Nullen hat: so werden ihm noch so viele Nullen vorgesetzt, als er braucht, um eben so viele Ziffern zu haben, als im Nenner Nullen sind. Sind keine ganzen Zahlen vorhanden, so wird vor das Komma eine Null gesetzt; wenn aber dergleichen sich vorfinden, so werden sie an die Stelle der Null vor dem Komma geschrieben. Z. B. $\frac{6}{10} = 0{,}6$; $\frac{5}{100} = 0{,}05$; $\frac{14}{1000} = 0{,}014$; $\frac{3278}{10000} = 0{,}3278$; $15\frac{7}{1000} = 15{,}007$; $8\frac{17}{100} = 8{,}17$.

Aus dieser Art, die Decimalbrüche zu schreiben, wird auch das schon gelehrte Gesetz unsers Zahlensystems wieder sichtbar, nach welchem die Ziffern von der Linken zur Rechten immer einen zehnfach geringern Werth erhalten. In der ersten Stelle nach dem Komma d. h. nach den Einern stehen die Zehntel, in der zweiten die Hunderttel, in der dritten die Tausendtel u. s. w. Hält man dieses Gesetz fest

im Auge, so wird man ohne Schwierigkeit vorgelegte Decimalbrüche aussprechen, und vorgesagte niederschreiben können. Denn auch hier wird, wie bei ganzen Zahlen, diejenige Ordnung, welche fehlt, durch eine Null ersetzt. Z. B. $\frac{706}{1000} = 0{,}706$ sind 7 Zehntel, kein Hunderttel und 6 Tausendtel oder kürzer: 706 Tausendtel.

Ein anderer Vortheil, der aus der Schreibart entspringt, ist der, daß die Decimalbrüche sich in den verschiedenen Rechnungen nach denselben Regeln behandeln lassen, wie die ganzen Zahlen.

§. 61. Man kann einem Decimalbruche so viele Nullen zur Rechten oder am Ende anhängen, als man nur will, ohne dadurch seinen Werth zu ändern; denn dieser hängt von den Stellen seiner bedeutenden Ziffern ab, und diese werden durch die Stelle des Komma bestimmt. Es ist also $0{,}3 = 0{,}30 = 0{,}300 = 0{,}3000$ u. s. w.

Umgekehrt kann man die am Ende befindlichen Nullen eines Decimalbruches, seines Werthes unbeschadet, wegstreichen, und es ist $2{,}450000 = 2{,}45000 = 2{,}4500 = 2{,}450 = 2{,}45$.

§. 62. Aufg. Decimalbrüche zu addiren.

Aufl. Man setze die Decimalen von gleicher Ordnung unter einander, nämlich Zehntel unter Zehntel, Hunderttel unter Hunderttel, Tausendtel unter Tausendtel u. s. w. Alsdann zähle man die unter einander stehenden Zahlen wie ganze Zahlen zusammen, rechne jedesmal den Zehner, der in der Summe einer Reihe heraus kömmt, zur folgenden Reihe und setze in der Summe das Komma, wodurch die Decimalen abgeschnitten werden, unter die Kommata der summirenden Zahlen. Denn auf diese

Weise erhält man alle Zehntel, Hunderttel u. s. w., die in den summirenden Zahlen enthalten sind. Z. B.

14,385	0,875
0,4003	0,062
0,5	0,33
326,0078	0,4754
8,033	0,108
349,3261	1,8504

§. 63. Andere Beispiele der Addition zur Uebung sind folgende:

1)	6,3409	2)	23,981
	4,5001		0,097
	0,007		5,271
	18,3		106,04

3)	86,291	4)	28,597
	37,456		512,78
	0,704		6,0235
	752,004		54,896
			485,0026

5)	3208,14	6)	78,4132
	21,0036		6,14805
	7,254		0,004
	113,09		127,348818
	0,708		0,617
	24,0007		94,000264

7) 0,375 + 0,4172 + 0,60792 + 0,2514 + 0,75 + 0,103 + 0,84003 + 0,5104

8) 26,14 + 48,305 + 625,71 + 0,875 + 97,423 + 0,1666 + 4,0025

9) 0,437715 + 8,72455 + 16,048 + 0,00385 + 7,12056 + 28,803046 + 0,785 + 36,105333 + 0,87534

10) 50,2046666+77,00358+0,0375+15,217348 + 20,0736 + 0,8043752

11) 413,75 + 96,084 + 0,0909 + 0,64 + 0,25 + 8,625 + 0,343 + 244,00386 + 81,2785

12) 0,31527 + 23,04568 + 461,3592 + 0,814403 + 0,78456 + 76,3859 + 321,0465987 + 92,014264 + 0,712 + 13,945

§. 64. Aufg. Decimalbrüche von einander abzuziehen.

Aufl. Man schreibe die Zahlen so unter einander, wie bei der Addition der Decimalbrüche (§. 62.), und wenn sie eine ungleiche Anzahl von Dicimalstellen haben, so hänge man (vermöge §. 61.) demjenigen, der weniger hat, so viele Nullen an, als ihm abgehen. Alsdann verrichte man die Subtraktion wie bei ganzen Zahlen, und setze das Komma in dem Reste unter die Kommata des Minuenden und Subtrahenden. Die Richtigkeit des Verfahrens wird einem Jeden von selbst einleuchten. Beispiele:

0,87352	36,04500
0,32881	8,12634
0,54471	27,91866

3,476802	12,0875
0,8039	11,637642
2,672902	0,449858

§. 65. Zur Uebung im Abziehen der Decimalbrüche mögen noch folgende Beispiele dienen:

1)	37,456 0,394	2)	14,03456 9,74082
3)	0,876 0,0093864	4)	28,1270453 15,00913
5)	458 396,4578	6)	13,04728 8,35629

§. 66. Aufg. Decimalbrüche mit einander zu multipliciren.

Aufl. Man schreibe die Faktoren, wie beim Multipliciren ganzer Zahlen, unter einander ohne auf die Kommata Rücksicht zu nehmen, und verrichte nun die Multiplikation wie mit ganzen Zahlen. In dem Hauptprodukte schneide man so viele Decimalstellen ab, so viele beide Faktoren zusammen genommen haben.

Enthält das Produkt nicht so viele Ziffern, als nöthig sind, um die gehörige Anzahl von Decimalstellen abschneiden zu können: so setze man demselben so viele Nullen vor, daß das Verlangte geschehen kann. Z. B.

```
  38,406          76,103
    0,23             442
 -------         -------
 115218           152206
 76812           304412
 -------        304412
 8,83338        ---------
                33637,526

0,000718        8,00005
      23          0,029
--------       --------
    2154        7200045
   1436        1600010
--------       ----------
0,016514       0,23200145
```

Dieses Verfahren hat seinen Grund darin, daß jeder Decimalbruch so viel Ziffern enthalten muß, als der Nenner Nullen hat (§. 60.). Durch die Multiplikation zweier Decimalbrüche bekommt aber der Nenner des Produkts eigentlich so viele Nullen, als beide Faktoren zusammen genommen haben (§. 20). Darum müssen auch im Produkte so viele Decimalen abgeschnitten werden, als beide Faktoren zusammen genommen enthalten. Anschaulich wird die ganze Sache, wenn man die Decimalbrüche wie gemeine Brüche schreibt und behandelt. Z. B. $0,126 \times 8,4 = \frac{126}{1000} \times 8\frac{4}{10} = \frac{126}{1000} \times \frac{84}{10} = \frac{10584}{10000} = 1,0584$.

§. 67. Zur Einübung des Multiplicirens mit Decimalbrüchen können folgende Beispiele dienen:

I.	II.
1) 1,478 × 0,2	13) 764,3 × 54,25
2) 5,4103 × 0,9	14) 5,769 × 1,43
3) 2,35704 × 0,03	15) 0,005 × 0,09
4) 57,694 × 0,0001	16) 0,4569 × 9,355
5) 7,21 × 0,35	17) 0,02718 × 0,31604
6) 0,15 × 0,006	18) 2,51 × 1,405326
7) 2,325 × 4,23	19) 3,05 × 0,0012
8) 0,716 × 2,3 × 0,048	20) 785439 × 0,128
9) 3,1415 × 25,4	21) 74938,5261 × 4,008
10) 328,06743 × 0,526	22) 43,8 × 17,06
11) 8,90757 × 86,95	23) 193,05 × 86,312
12) 14,52 × 36	24) 4,5 × 36 × 0,004 × 7,48

§. 68. Aufg. Decimalbrüche durcheinander zu dividiren.

Aufl. Ohne Rücksicht auf die Kommata zu nehmen, dividire man die Decimalbrüche wie ganze Zahlen, und schneide im Quotienten so viele De-

cimalstellen ab, um wie viel die Anzahl der Decimalen des Dividenden größer ist, als die Anzahl der Decimalen des Divisors.

Hat der Divisor mehr Decimalen als der Dividend, so hänge man letzterem zur Rechten so viele Nullen an, daß er zum wenigsten so viele Decimalen hat als der Divisor.

Wenn der Divisor und Dividend gleich viele Decimalstellen haben, so wird der Quotient eine ganze Zahl.

Beispiele:

```
2,44|83,2528(34,12
     732
     ----
     1005
      976
     ----
       292
       244
      ----
        488
        488
       ----
         *
```

```
48|98,784(2,058
   96
   ---
    278
    240
    ---
     384
     384
     ---
      *
```

```
0,0036|59,4(16500
       36
       ---
       234
       216
       ---
        18000
         180
        -----
          *
```

```
1,12|311,36(278
     224
     ---
      873
      784
      ---
       896
       896
       ---
        *
```

Der Grund des Verfahrens erhellet, wenn man die Decimalbrüche als gemeine Brüche schreibt und dann nach den Regeln der Division mit Brüchen verfährt. Der Nenner des Divisors wird dadurch zu einem Zähler, und es heben sich nun im

Nenner des Dividenden so viele Nullen auf, als der Divisor hat. Der Nenner des Quotienten wird also immer so viele Nullen enthalten, so viele der Nenner des Dividenden deren mehr hat als der Divisor. Die Anzahl der Nullen des Nenners aber ist der Anzahl der Ziffern des ganzen Decimalbruchs gleich. Z. B.

1) $0,24 : 0,8 = \frac{24}{100} : \frac{8}{10} = \frac{24}{100} \times \frac{10}{8} = \frac{24}{8} \times \frac{10}{100} = 3 \times \frac{1}{10} = \frac{3}{10} = 0,3.$

2) $0,05532 : 0,12 = \frac{5532}{100000} : \frac{12}{100} = \frac{5532}{100000} \times \frac{100}{12} = \frac{5532}{12} \times \frac{100}{100000} = 461 \times \frac{1}{1000} = \frac{461}{1000} = 0,461.$

3) $0,084 : 4,2 = \frac{84}{1000} : 4\frac{2}{10} = \frac{84}{1000} : \frac{42}{10} = \frac{84}{1000} \times \frac{10}{42} = \frac{84}{42} \times \frac{10}{1000} = 2 \times \frac{1}{100} = \frac{2}{100} = 0,02.$

4) $311,36 : 1,12 = 311\frac{36}{100} : 1\frac{12}{100} = \frac{31136}{100} : \frac{112}{100} = \frac{31136}{100} \times \frac{100}{112} = \frac{31136}{112} \times \frac{100}{100} = \frac{31136}{112} = 278.$

5) $7,44 : 0,00124 = 7\frac{44}{100} : \frac{124}{100000} = \frac{744}{100} : \frac{124}{100000} = \frac{744}{100} \times \frac{100000}{124} = \frac{744}{124} \times \frac{100000}{100} = \frac{744}{124} \times 1000 = \frac{744000}{124} = 6000.$

§. 69. Wenn ein Rest bleibt, so ist der Quotient nicht vollständig; will man ihn genauer haben, so hänge man dem Reste Nullen an und setze die Division fort. Jede neu angehängte Null gilt für eine neue Decimalstelle des Dividenden, worauf man also bei der Bestimmung der Decimalen im Quotienten Rücksicht nehmen muß. Dieß läßt sich auch anwenden, wo Ganze durch Ganze dividirt werden, wie das folgende zweite Beispiel lehrt. Z. B.

```
18|213,57|11,865          712|30582|42,95....
   18                         2848
   --                         ----
   33                         2102
   18                         1424
   ---                        ----
   155                        6780
   144                        6408
   ---                        ----
    117                        3720
    108                        3560
    ---                        ----
      90                        160
      90
      --
       *
```

§. 70. Man übe sich nun in folgenden Beispielen der Division mit Decimalbrüchen:

1) 8,24967 : 1,43 gibt
2) 4,2742995 : 9,355
3) 4565,33 : 59,29
4) 129,6 : 0,072
5) 0,01728 : 36
6) 37,8 : 45
7) 4,32852 : 0,00042
8) 2,421045 : 1,2045
9) 0,0707112 : 2,35704
10) 0,6214806 : 0,18
11) 28,52 : 0,00124
12) 3533,525 : 204,25
13) 0,8837207 : 17,569
14) 426,240711284 : 32,79859
15) 73,1478996 : 0,0046302

§. 71. Wenn bei der Multiplikation die Faktoren viele Decimalstellen haben oder auch unvollständige oder unendliche Decimalbrüche sind und das Ergebniß nur auf etliche Decimalstellen genau zu sein

braucht, so kann man eine Abkürzung im Multipliciren anwenden, welche darin besteht, daß man mit den Ziffern des einen Faktors von der Linken gegen die Rechte multiplicirt, und bei jedem folgenden Produkte, das die auf einander folgenden Ziffern eines Faktors geben, allemal eine Decimalstelle des andern Faktors rückwärts weniger nimmt. Die einzelnen Produkte werden dann so untergesetzt, daß die letzten Ziffern zur Rechten gerade unter einander zu stehen kommen. Z. B.

```
 7,034582
   0,5173
---------
 35172910
   703458
   492415
    21102
---------
3,6389885
```

So kann man auch beim Dividiren, wenn man an die Decimalstellen im Quotienten kommt, bei jeder neuen Ziffer des Quotienten eine letzte Ziffer des Divisors nach der andern weglassen. Z. B.

```
3,1415926|1,00000000(0,31830992
           94247778
          ---------
            5752222
            3141592
          ---------
            2610630
            2513272
          ---------
              97358
              94245
          ---------
               3113
               2826
          ---------
                287
                279
          ---------
                  8
```

§. 72. Aufg. Einen gewöhnlichen Bruch in einen Decimalbruch zu verwandeln.

Aufl. Man hänge an den Zähler Nullen, dividire diesen vermehrten Zähler durch den gegebenen Nenner und schneide von dem Quotienten so viel Decimalstellen ab, als man Nullen angehängt hat. Denn um wieviel der Bruch durch die anfänglich angehängten Nullen vermehrt wird, um eben soviel wird er durch die hernach abgeschnittenen Stellen wieder vermindert. Man kann übrigens soviel Nullen anhängen als man will, entweder soviel, bis die Division aufgeht, oder so viel als verlangt werden. Z. B.

$$\frac{1}{2} = \frac{1,0}{2} = 0,5$$

$$\frac{3}{4} = \frac{3,00}{4} = 0,75$$

$$\frac{5}{8} = \frac{5,000}{8} = 0,625$$

$$\frac{3}{32} = \frac{3,00000}{32} = 0,09375$$

§. 73. Man verwandele folgende Brüche in Decimalbrüche:

I.

1) $\frac{1}{4}$; 2) $\frac{7}{8}$; 3) $\frac{3}{5}$; 4) $\frac{1}{16}$; 5) $\frac{1}{20}$; 6) $\frac{16}{25}$; 7) $\frac{9}{32}$; 8) $\frac{25}{64}$; 9) $\frac{1}{250}$; 10) $\frac{3}{256}$; 11) $\frac{3}{128}$; 12) $\frac{264}{625}$.

II.

13) $\frac{3}{8}$; 14) $\frac{4}{5}$; 15) $\frac{7}{16}$; 16) $\frac{1}{25}$; 17) $\frac{1}{75}$; 18) $\frac{7}{32}$; 19) $\frac{1}{160}$; 20) $\frac{3}{250}$; 21) $\frac{1}{256}$; 22) $\frac{5}{512}$; 23) $\frac{7}{64}$; 24) $\frac{3}{125}$.

§. 74. Die Division kann mit weniger Decimalstellen, als verlangt werden, aufgehen. In die-

sem Fall kann man die weiter folgenden Nullen auch weglassen (§. 61.) Z. B. Man soll $\frac{4}{5}$ in einen Decimalbruch von 3 Decimalstellen verwandeln; so ist

$$\frac{4}{5} = 0{,}800 = 0{,}8.$$

§. 75. Dagegen kann es sich treffen, daß die Division bei einer verlangten Anzahl von Decimalstellen nicht aufgeht, sondern einen Rest übrig läßt. Alsdann stellt der Decimalbruch den gemeinen Bruch nicht ganz dar. Ja es gibt Brüche, die sich nie vollkommen in einen Decimalbruch verwandeln lassen, so viele Nullen man auch dem Zähler anhängt. Solche Brüche nennt man unendliche oder auch periodische Decimalbrüche, und man erkennt sie daran, daß sie bei der Verwandelung oder Division entweder immer die nämliche Ziffer wiederholen, oder immer zwei, drei, auch mehre gleiche Ziffern, oder endlich nach einer, zwei, auch mehr ungleichen Ziffern immer eine Anzahl gleicher Ziffern zum Vorschein bringen. In einem solchen Falle nimmt man so viele Decimalstellen, daß der noch fehlende Theil als unbedeutend in der Anwendung bei Seite gesetzt werden kann. Man pflegt solche unvollständige Brüche durch einige Punkte zu bezeichnen, die man ihnen am Ende beifügt. Z. B.

$$\frac{2}{3} = \frac{2{,}0000}{3} = 0{,}6666\ldots.$$

$$\frac{8}{9} = 0{,}88888\ldots.$$

$$\frac{1}{11} = 0{,}090909\ldots..$$

$$\frac{8}{27} = 0{,}296296\ldots..$$

$$\frac{1}{6} = 0{,}1666\ldots..$$

$$\frac{7}{48} = 0{,}1458333\ldots.$$

§. 76. Man verwandele noch folgende Brüche in Decimalbrüche, und zwar auf 8 Decimalstellen:

1) $\frac{1}{7}$; 2) $\frac{3}{11}$; 3) $\frac{5}{12}$; 4) $\frac{1}{15}$; 5) $\frac{17}{19}$; 6) $\frac{7}{24}$; 7) $\frac{3}{35}$; 8) $\frac{1}{223}$; 9) $\frac{31}{315}$; 10) $\frac{3}{692}$; 11) $\frac{987}{10201}$; 12) $\frac{413}{103212}$.

§. 77. Aufg. Einen Decimalbruch in den ihm gleichen gemeinen Bruch zu verwandeln.

Aufl. I. Wenn der Decimalbruch ein vollständiger ist, so schreibe man ihn als einen gemeinen Bruch, und verkleinere ihn alsdann, wenn es möglich ist. Z. B.

$0{,}875 = \frac{875}{1000} = \frac{7}{8}$ (§. 41.)

$0{,}9375 = \frac{9375}{10000} = \frac{15}{16}$.

II. Wenn aber der Decimalbruch ein periodischer ist, so rücke man das Komma um so viele Stellen von der Linken zur Rechten, als die Periode Ziffern enthält, und ziehe den gegebenen Bruch von diesem neuen ab, nachdem man beiden eine gleiche Anzahl Decimalstellen gegeben hat. Der Rest ist der Zähler des zu suchenden gemeinen Bruches, dem man zum Nenner so viele Neuner (9....) gibt, als in der Periode Ziffern enthalten sind. In dieser Gestalt verkleinere man ihn, wenn es angeht, und gebe ihm überhaupt die gehörige Form. Z. B. Es seien die vorgelegten periodischen Decimalbrüche 0,666....; 0,090909....; 0,296296....; 0,1666....; 0,1458333...., so geschieht ihre Verwandlung also: Da 0,666... nur eine Ziffer in der Periode hat, so schreibt man 6,66... und zieht davon 0,66... ab. Der Rest ist 6, dem man hier auch nur Eine Neun (9) zum Nenner gibt. Demnach

$0{,}666\ldots = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$.

Aus 0,090909..... wird 9,0909....; davon 0,0909.... abgezogen, läßt 9 zum Rest, als den neuen Zähler, welcher, weil die Periode zwei Ziffern hat, auch zwei Neuner (99) zum Nenner erhält. Also

$$0,0909.... = \frac{9}{99} = \frac{1}{11}.$$

Aus 0,296296.... bekommt man 296,296.... und 296,296... — 0,296.... = 296. Folglich

$$0,296296.... = \frac{296}{999} = \frac{8}{27}.$$

Aus 0,1666.... wird 1,666.... und nun 1,666... — 0,166... = 1,5. Daher

$$0,1666.... = \frac{1,5}{9} = \frac{15}{90} = \frac{1}{6}.$$

Hier mußte erst aus dem Zähler des neuen Bruches das Komma weggeschafft werden, indem man Zähler und Nenner durch 10 multiplicirte.

Aus 0,1458333.... wird 1,458333.... und 1,458333.... — 0,145833.... = 1,3125. Folglich $0,1458333.... = \frac{1,3125}{9} = \frac{13125}{90000} = \frac{7}{48}$.

Hier wurde das Komma aus dem Zähler dadurch weggeschafft, daß man Zähler und Nenner durch 10000 multiplicirte.

Nun wird man auch gleich finden, daß 0,9999.... $= \frac{9}{9} = 1$ ist.

Auch wird man leicht begreifen, daß, wenn in die Rechnungsoperationen unendliche Decimalbrüche eingehen, die Ergebnisse nicht in der größten Strenge richtig oder ganz genau sein können. Man addire z. B. $\frac{4}{7} = 0,5714....$

$\frac{3}{7} = 0,4285....$

so ist $1 = 0,9999....$

Wir wissen aber schon, daß der unendliche Decimalbruch 0,9999 .... = 1 in Wahrheit ist.

§. 78. Wie vortheilhaft und bequem öfters die Rechnung mit Decimalbrüchen, besonders in Vergleich mit den gemeinen Brüchen, sei, kann man leicht wahrnehmen, wenn man folgende Brüche: $\frac{6}{7}$, $\frac{4}{9}$, $\frac{7}{13}$, $\frac{8}{17}$, $\frac{13}{20}$ und $\frac{22}{29}$ einmal (nach §. 49.) addirt, und das anderemal in Decimalbrüche (nach §. 72.) verwandelt und dann gleichfalls (nach §. 62.) addirt. Die erste Verrichtung wird höchst mühsam, die andere sehr leicht von statten gehen.

Viertes Kapitel.

Die vier Species in benannten Zahlen.

§. 79. Eine Zahl, bei welcher man einzig und allein die Menge ihrer Einheiten betrachtet, heißt eine **unbenannte** Zahl, z. B. 12. Wenn man sie aber auf einen bestimmten Gegenstand beziehet oder anwendet, so heißt sie **benannt**, z. B. 12 Gulden, oder 12 Pfunde u. s. w.

§. 80. Die Rechnungen in benannten Zahlen sind nicht als neue oder abweichende zu betrachten; denn 36 + 24 = 60, ob die Zahlen 36, 24, 60 sich auf bestimmte Gegenstände beziehen oder nicht.

Nur kömmt es bei diesen Rechnungen in benannten Zahen häufig vor, daß Größen einer Art in Größen einer andern verwandelt werden müssen, z. B. Kreuzer in Gulden, Lothe in Pfunde u. s. w.

oder umgekehrt Gulden in Kreuzer, Centner in Pfunde u. s. w. Das Verfahren, wodurch dieses geschieht, heißt das Reduciren der einen Größe auf die andere.

§. 81. Die Einheit einer Größe, welche mehre Einheiten einer andern Art von Größe enthält, wollen wir die höhere Einheit nennen; und die Einheit einer Größe, von welcher mehre Einheiten auf die Einheit einer andern Art von Größe geben, soll die niedrigere heißen. Um nun Größen in einander verwandeln zu können, muß man wissen, wie viel niedrigere Einheiten eine größere Einheit enthält, oder wie viele niedrigere Einheiten in einer größern enthalten sind. Das Allgemeinste davon ist:

1 fl. rheinl. = 60 Kr.; 1 Kr. = 4 Pf.; 1 Pf. = 2 Heller; oder 1 fl. = 16 gute Gr. und 1 g. G. = 3 Kr. 3 Pf.; oder 1 fl. = 20 leichte Gr.; 1 l. Gr. = 3 Kr.; oder 1 fl. = 12 gute Batzen; 1 g. Batzen = 4 Kr.; oder 1 fl. = 15 leichte Batzen; 1 leichter Batzen = 4 Kr.

1 Rthlr. (Reichsthaler) = 90 Kr. = 24 gute Groschen.

1 Thlr. in Preußen hält 24 Groschen und der Groschen 12 Pfennige. Seit dem Jahre 1823 wird der Thaler auch in 30 Silbergroschen und der Silbergroschen in 12 Pfennige Scheidemünze getheilt.

1 Thlr. in Sachsen und auch in andern Ländern hat 24 Gr. und der Gr. 12 Pfennige.

1 Mark in Hamburg und anderwärts beträgt 16 Schillinge, und 1 Schilling 12 Pfennige.

1 Laubthlr. = 2 fl. 45 Kr.; 1 Kronenthlr. = 2 fl. 42 Kr.; 1 Konventthlr. = 2 fl. 24 Kr.

5 Konventthlr. = 12 fl. rheinl.; und 10 Kronenthlr. = 27 fl. rheinl.

1 preußl. Thlr. = 1 fl. 45 Kr. rheinl.; 1 sächs. Thlr. = 1 fl. 48 Kr. rheinl.; 5 sächs. Thaler betragen 9 fl. rhl. und 4 preußl. Thlr. sind 7 fl. rhl.

1 Dukaten = 5 fl. 24 Kr. im Durchschnitt; 1 Louisdor = 9 fl. rhl.; 1 Karolin = 11 fl. rheinl.

1 Ctl. = 100 Pf.; in einigen Ländern = 110 Pfd.; 1 Pfd. = 32 Loth; 1 Loth = 4 Quint oder Quentchen; 1 Quint = 4 Pfennige.

1 Stein = $\frac{1}{5}$ Ctr. Wenn daher der Ctr. zu 100 Pfd. angenommen wird, so hält der Stein 20 Pfd.; wenn aber derselbe zu 110 Pfd. gerechnet wird, so gehen 22 Pfd. auf den Stein.

1 Mark Gold = 16 Loth; 1 Loth = $1\frac{1}{2}$ Karat; 1 Karat = 12 Grän; oder 1 Loth = 18 Grän.

1 Mark Silber = 8 Unzen; 1 Unze = 2 Loth; 1 Loth = 18 Grän.

1 Pfund Apothekerwaare = 12 Unzen; 1 Unze = 2 Loth = 8 Drachmen; 1 Drachme = 3 Skrupel; 1 Skrupel = 20 Gran.

1 Ballen Papier = 10 Ries; 1 Ries = 20 Buch; 1 Buch = 24 Bogen.

Die bairische Elle hält 2 Fuß und $10\frac{1}{4}$ baierische Duodecimalzoll.

Ein bairisches Tagwerk oder Jauchert ist 200 Fuß lang und eben so breit, und hält 40000 Quadratfuß oder 400 Quadratruthen.

Die bairische Holzklafter beträgt 126 bairische Kubikfuß, und die gesetzmäßige Scheiterlänge ist $3\frac{1}{2}$ Fuß.

Die bairische Maaß soll genau 43 bairische Decimalkubikzolle oder 74,304 bair. Duodecimalkubikzolle oder 53,8923 pariser Duodecimalkubikzolle halten.

Der bairische Scheffel soll 208 bairische Maaß oder

8944 bair. Decimalkubikzolle oder 15455,232 bair. Duodecimalkubikzolle oder 11209,5984 pariser Duodecimalkubikzolle in sich halten.

Der Scheffel in Preußen beträgt 2770,7 pariser Kubikzoll. Die Eintheilung ist: 1 Scheffel = 4 Vierling = 16 Metzen = 64 Maßl.

Der Scheffel in Sachsen hält 5416 pariser Kubikzoll.

Der Scheffel in Würtemberg ist 10542 pariser Kubikzoll groß und wird eingetheilt in 8 Simri oder 32 Vierling oder 256 Ecklein.

1 Simmra hält 16 Meeß.

1 Malter enthält 8 Metzen. In Großherzogthum Hessen ist 1 Malter = 4 Simmer = 16 Kumpf = 64 Gescheid.

Der Eimer hält bald 60 bald 64 Maaß, wie in Baiern. In Preußen hält er 64 Quart; in Hamburg 16 Kannen; im Hannövrischen 32 Kannen; in Sachsen 63—72 Kannen; im Oestreichischen 40 Maaß und im Würtembergischen 160 Maaß.

Der bairische Visir-Eimer, wie er an die Wirthe abgegeben wird, hält 64 bair. Maaß, mithin 2752 bair. Decimalkubikzolle oder 4755,456 bair. Duodecimalkubikzolle oder 3449,1072 pariser Kubikzolle. Dagegen hat der bair. Schenk-Eimer nur 60 Maaß oder 2580 bair. Decimalkubikzoll oder 3233,538 pariser Kubikzoll.

1 Ohm hält gewöhnlich 2 Eimer.

1 alter römischer Sestertius nach seinem mittlern Werthe = 6 Kr. Demnach gehen 10 Sestertien auf 1 fl. und 1000 Sestertien d. i. ein Sestertium = 100 fl. Ferner 1 Silberdenar = 24 Kr. und 1 Golddenar = 10 fl.

1 griechischer Obol = 4,25 Kr.; 1 Drachme =

25,5 Kr.; 1 Mine = 42,5 fl. und 1 Talent = 2551,68 fl.

Für Angaben aus dem Mittelalter ist zu merken:
1 Pfd. Heller = 4 fl. oder nach Andern nur = 3 fl.
1 Pfd. neuer Heller oder 1 Pfd. Silbers = 30 Rthlr.
1 Schock böhmische Groschen = 4 fl.
1 Schock sächsische Groschen = 20 Groschen meißnisch.

Mehre Angaben über Münzen, Maaße und Gewicht verschiedener Oerter und Länder siehe in den angehängten Tabellen.

§. 82. Kennt man nun die verschiedenen Eintheilungen aller Größen, so hat es gar keine Schwierigkeit, die verschiedenartigen Größen in einander zu verwandeln. Nämlich

1) um Größen einer niedrigern Art in Größen einer höhern Art zu verwandeln, dividire man die gegebene Menge der niedrigern Einheiten durch die Zahl, welche angibt, wie viele niedrigere Einheiten in einer größern Einheit enthalten sind. Z. B. wie viel Gulden machen 37108 Kr. aus?

```
60|37108|618 fl.
   36 0
   ----
    11
     6
    ---
     50
     48
    ---
     28 Kr. bleiben zum Rest
```

d. h. 37108 Kr. = 618 fl. 28 Kr.

Deßgleichen sind 15 Gr. = $\frac{15}{24}$ = $\frac{5}{8}$ Thlr., aber 15 Silbergr. = $\frac{15}{30}$ = $\frac{1}{2}$ Thlr. Eben so verwandelt man selbst Brüche in Größen einer höhern

Art. Z. B. $\frac{3}{4}$ Gr. = $\frac{3}{4}$: 24 = $\frac{3}{96}$ = $\frac{1}{32}$ Thlr. Ferner $\frac{7}{8}$ Silbergroschen = $\frac{7}{8}$: 30 = $\frac{7}{240}$ Thlr. Eben so $\frac{1}{2}$ Loth = $\frac{1}{2}$: 32 = $\frac{1}{64}$ Pfd. Endlich $\frac{2}{3}$ Pfennig = $\frac{2}{3}$: 4 = $\frac{2}{12}$ = $\frac{1}{6}$ Kr.

2) Um eine Menge von Größen irgend einer Art in Größen einer kleinern Art zu verwandeln, multiplicire man die gegebene Menge der größern Art mit der Zahl, welche angibt, wie viele niedrigere Einheiten Eine höhere in sich enthält. Z. B. 14 Pfund sollen in Lothe verwandelt werden; so erhält man

$$14 \times 32 = 448 \text{ Lothe.}$$

Auf die nämliche Weise wird verfahren, wenn Brüche einer Größe in eine niedrigere Art von Größen sollen verwandelt werden. Z. B. $\frac{4}{5}$ fl. = $\frac{4}{5} \times 60$ = 48 Kr. und $\frac{2}{7}$ Thlr. = $\frac{2}{7} \times 24$ = $6\frac{6}{7}$ Gr. = 6 Gr. + $\frac{6}{7} \times 12$ Pf. = 6 Gr. $10\frac{2}{7}$ Pf., aber auch $\frac{2}{7}$ Thlr. = $\frac{2}{7} \times 30$ = $8\frac{4}{7}$ Silbergroschen = 8 Slbrgr. + $\frac{4}{7} \times 12$ Pf. = 8 Slbrgr. $6\frac{6}{7}$ Pf. Scheidemünze. Eben so $\frac{5}{8}$ Pfd. = $\frac{5}{8} \times 32$ = 20 Loth, und $\frac{2}{5}$ Ctl. = $\frac{2}{5} \times 100$ = 40 Pfd.; aber in Preußen $\frac{2}{5}$ Ctl. = $\frac{2}{5} \times 110$ = 44 Pfd.

§. 83. Aufg. Benannte Zahlen zu addiren.

Aufl. Man schreibe die Größen von einerlei Art nach den bisherigen Grundsätzen gehörig unter einander, und zwar die niedrigste Art in die erste Kolumne zur Rechten, und dann immer die nächsthöhere in die nächstfolgende Kolumne. Alsdann zähle man, von der niedrigsten Art anfangend, die Zahlen einer jeden Art zusammen; und wenn die

Summe der kleinern Einheiten auch Einheiten der nächsthöhern Art enthält, so verwandele man sie in dieselben, und schreibe nur den Rest unter die kleinern Einheiten; die größern zähle man zu den nächstfolgenden Einheiten. Z. B.

fl.	Kr.	Pf.
3100	18	3
45	7	1
1856	—	2
690	36	—
5692 fl.	2 Kr.	2 Pf.

Ctl.	Pfd.	Lth.
8	—	16
12	24	7$\frac{1}{3}$
—	58	2$\frac{1}{2}$
16	29	—
37 Ctl.	11 Pfd.	25$\frac{5}{6}$ Loth.

§. 84. Beispiele zur Uebung im Addiren sind:

1)

Thlr.	Gr.	Pf.
2148	17	3$\frac{1}{4}$
506	—	10
4223	12	8$\frac{2}{3}$
15	20	—
691	8	5$\frac{8}{3}$
3079	14	6

2)

Ctl.	Pfd.
403	16$\frac{2}{5}$
18	3
642	28$\frac{7}{9}$
—	25
1227	4$\frac{1}{3}$
315	7$\frac{1}{8}$

3)

Mark	Schillinge	Pf.
1346	12	5$\frac{1}{8}$
4429	6	7$\frac{1}{3}$
563	10	—
2071	3	2$\frac{3}{5}$
60782	8	—
146	4	8$\frac{4}{7}$
7198	—	4$\frac{1}{4}$
41927	—	2
3539	14	9$\frac{5}{8}$

4)

Scheffel	Metzen
17	3$\frac{2}{5}$
108	5
—	4$\frac{4}{9}$
20	1$\frac{2}{7}$
46	—
302	5$\frac{1}{2}$
87	1$\frac{7}{12}$
35	—
408	2$\frac{5}{6}$

5) Thlr.	Slbrgr.	Pf.	6) Ctl.	Pfd.	Lth. in Preuß.
144	17	3	28	13	$6\frac{1}{2}$
805	20	$4\frac{1}{2}$	30	22	7
732	9	$2\frac{1}{5}$	56	—	$12\frac{5}{8}$
1410	28	$7\frac{2}{3}$	81	34	—
900	16	$8\frac{1}{4}$	72	41	$26\frac{4}{7}$
685	25	9	13	8	$3\frac{1}{4}$

§. 85. Aufg. Benannte Zahlen von einander abzuziehen.

Aufl. Man schreibe die Zahlen einer jeden Art, wie vorhin bei der Addition, gehörig unter einander, fange das Abziehen bei der kleinern Art an und schreite so fort bis zu der größten, damit man nöthigenfalls eine größere Einheit zu den geringern borgen kann. Dabei übersehe man nicht, daß die geborgte Einheit nicht, wie bei unbenannten Zahlen, gerade 10 Einheiten der nächstniedrigern enthalten müsse, sondern nach Verschiedenheit der Größen einen verschiedenen Werth hat. Denn wenn man von Gulden eine Einheit zu Kreuzern borgt, so bedeutet dieser Gulden natürlich 60 Kr.; eben so 1 Loth, zu Quinten geborgt, gilt 4 Quinte u. s. w. Beispiele:

Thlr.	Gr.	Pf.	Pfd.	Lth.	Q.
614	17	$3\frac{1}{8}$	13	2	2
400	20	$1\frac{4}{5}$	7	15	3
213 Thlr.	21 Gr.	$1\frac{13}{40}$ Pf.	5 Pfd.	18 Lth.	3 Q.

Wie alt war Jemand am 30. Januar 1814, welcher den 6. Mai 1780 geboren ist? Hier muß man die Zeit der Geburt von der Jahreszahl abziehen, in welcher man nach seinem Alter fragt.

Jahre	Monate	Tage
1813	—	30
1779	4	6
33 Jahre	8 Monate	24 Tage

nämlich am 30. Januar ist noch kein Monat im Jahre verflossen, sondern erst 30 Tage; und am 6. Mai zählt man 4 Monate und 6 Tage des Jahrs. Ueberdieß ist das Jahr 1814 erst mit dem letzten December geendigt; eben so auch das Jahr 1780. Darum muß man 1813 anstatt 1814, und 1779 anstatt 1780 ansetzen.

Wie alt war die nämliche Person am 4. Juli 1818?

Jahre	Monate	Tage
1817	6	4
1779	4	6
38 Jahre	1 Monat	28 Tage.

§. 86. Beispiele im Abziehen benannter Zahlen sind:

1)

fl.	Kr.	Pf.
5263	49	2
814	56	3

2)

Ctl.	Pfd.	Loth
152	13	$8\frac{4}{7}$
67	42	$15\frac{8}{9}$

3)

Pfd.	Lth.	Q.
86	13	$1\frac{1}{6}$
25	18	$2\frac{4}{9}$

4)

Thlr.	Gr.	Pf.
17	22	$9\frac{2}{5}$
5	8	$9\frac{4}{5}$

5) Wie alt ist eine Person geworden, welche am 7. Julius 1742 geboren worden, und den 19. September 1822 gestorben ist?

6) Friedrich der Einzige wurde geboren 1712

den 24. Januar, und starb den 17. August 1786. Wie alt ist er geworden?

§. 87. Aufg. Eine benannte Zahl mit einer unbenannten zu multipliciren.

Aufl. Man multiplicire einen jeden Theil des Multiplikanden besonders mit dem Multiplikator, so daß man von den niedrigern Einheiten anfängt und zu den höhern fortschreitet, und verwandele die niedrigern nöthigen Falls in höhere, und addire diese zum Produkte der nächsthöhern; die übrigbleibenden niedern aber werden unter ihre gehörigen Einheiten gesetzt. Z. B. Wie viel betragen 470 Kronenthaler, wenn ein jeder 2 fl. 42 Kr. gilt?

	fl.	Kr.
	2	42
		(470
	940 fl.	19740 Kr.
oder	1269 fl.	— Kr.

Was wiegen 6 Kisten zusammen, wenn jede 2 Ctl. 14 Pfd. und 15 Loth schwer ist?

	Ctl.	Pfd.	Lth.
	2	14	15
			(6
	12 Ctl.	84 Pfd.	90 Lth.
oder	12 Ctl.	86 Pfd.	26 Loth.

§. 88. Uebungsbeispiele für die Multiplikation mit benannten Zahlen.

1) Es sind 8 Personen vorhanden; an jede soll 1 fl. 45 Kr. ausgezahlt werden. Wie viel beträgt dieß?

2) Jedem von 17 Alumnen soll 1 Thlr. 8 Gr. 3 Pf. bezahlt werden; wie viel macht das Ganze?

3) Ein Fuhrmann ladet 10 Kisten ab; in jeder befinden sich 3 Ctl. 45 Pfd. und $5\frac{3}{8}$ Loth. Wie viel an Gewicht macht Alles?

4) An 7 verunglückte Gemeinden soll Getraide abgegeben werden, und zwar an jede 86 Scheffel $4\frac{3}{5}$ Metzen. Wie viel beträgt das Ganze?

5) In Hamburg sollen 38 Schillinge und 3 Pfennige $32\frac{1}{8}$ mal ausbezahlt werden. Dieß beträgt?

6) 13 Thlr. $7\frac{1}{2}$ Gr. durch $9\frac{5}{8}$ multiplicirt. Wie viel macht dieß?

§. 89. Aufg. Eine benannte Zahl durch eine unbenannte zu dividiren.

Aufl. Man dividire jeden Theil des Dividenden von den höchsten Einheiten an stufenweise bis zu den niedrigsten und schreibe jeden Quotienten unter die ihm zugehörigen Einheiten. Wenn irgendwo ein Rest bleibt, so verwandele man ihn sogleich in die nächstniedrigen Einheiten und zähle sie zu denen, zu welchen sie gehören; die dadurch erhaltene Zahl dividire man statt des einzelnen gegebenen Theils des Dividenden. Z. B. Es haben sich 12 Personen in 100 Thlr. 19 Gr. und 6 Pf. zu theilen; wie viel erhält jede?

	Thlr.	Gr.	Pf.	
12	100	19	6	
	8 Thlr.	9 Gr.	$7\frac{1}{2}$ Pf.	erhält jede Person.

§. 90. Andere Beispiele für die Division benannter Zahlen sind:

1) Es haben sich 16 Alumnen in 65 fl. rhl. zu theilen; wie viel kommt auf jeden?

2) Man soll 4 Thlr. 7 Gr. 9 Pf. unter 8 Personen vertheilen. Was trifft die Person?

3) Wie groß ist der 12te Theil von 83 Ctr. 64 Pfd. und $15\frac{1}{8}$ Loth?

4) An 15 abgebrannte Familien werden 36 Scheffel $3\frac{3}{4}$ Metzen Roggen abgeliefert zur gleichheitlichen Vertheilung. Wie viel kommt auf 1 Familie?

5) Es haben 6 Bauernhöfe 81 Scheffel 5 Metzen Haber zu liefern. Wie viel trifft einen jeden?

6) Man soll 13 Thlr. 5 Silbergroschen und $3\frac{3}{4}$ Pf. preußl. durch $5\frac{3}{4}$ theilen. Was kommt zum Quotienten?

§. 91. Die Probe über die Rechnungen in benannten Zahlen wird eben so gemacht, wie bei den Rechnungsarten in unbenannten Zahlen; daher ist es nicht nöthig, hier noch besonders davon zu handeln.

Fünftes Kapitel.

Von den Verhältnissen und Proportionen, nebst deren Anwendung auf die Regel de Tri, de Quinque ꝛc., Kettenregel, Gesellschafts- und Vermischungs-Rechnung.

Verhältnisse und Proportionen.

§. 92. Wenn man zwei Zahlen mit einander vergleicht, und nachsieht, wie viele Einheiten die eine mehr hat als die andere, so betrachtet man dieser Zahlen arithmetisches Verhältniß; wenn

man aber untersucht, wie vielmal oder wie oft die eine Zahl die andere in sich enthält, so hat man ihr geometrisches Verhältniß. Z. B. Der Zahlen 20 und 5 arithmetisches Verhältniß ist 20 — 5 = 15, und ihr geometrisches ist $\frac{20}{5}$ oder 20 : 5 = 4.

§. 93. Man sieht, daß das arithmetische Verhältniß durch die Subtraktion, das geometrische aber durch die Division bestimmt wird. Und in der That sind auch arithmetische Verhältnisse nichts anders als Unterschiede, und geometrische nichts anders als Quotienten oder Brüche. Darum hat man auch die nämliche Bezeichnung beibehalten; und was von den Quotienten oder Brüchen gilt, das wird auch von den geometrischen Verhältnissen gelten.

§. 94. Die Zahlen, welche mit einander verglichen werden, heißen die Glieder des Verhältnisses, und zwar die erste das vorhergehende oder das Vorderglied, und die zweite das nachfolgende oder das Hinterglied. Diejenige Zahl, welche die Größe des Verhältnisses ausdrückt, heißt überhaupt der Verhältnißname, und insbesondere bei dem arithmetischen Verhältnisse der Unterschied, und bei dem geometrischen der Exponent. So ist z. B. in 15 — 3 die Zahl 12 der Unterschied, und in 15 : 3 ist 5 der Exponent.

§. 95. Ein Verhältniß heißt ein steigendes, wenn das zweite Glied größer als das erste ist; es heißt ein fallendes, wenn das zweite Glied kleiner als das erste ist.

§. 96. Arithmetische Verhältnisse sind gleich, wenn die Unterschiede ihrer Glieder einander gleich sind; und geometrische Verhältnisse sind gleich,

wenn ihre Exponenten einander gleich sind. So sind z. B. 13 — 6; 21 — 14 und 56 — 49 gleiche arithmetische Verhältnisse; eben so sind 18 : 6 und 42 : 14 gleiche geometrische Verhältnisse. Dabei verlangt es die Natur der Verhältnisse, daß nur ein steigendes Verhältniß einem steigenden, und ein fallendes nur einem fallenden gleich sein könne.

§. 97. Zwei gleiche Verhältnisse bilden zusammen eine Proportion, welche demnach sowohl eine arithmetische als eine geometrische sein kann, je nachdem die zusammengestellten Verhältnisse arithmetische oder geometrische sind. Jede enthält vier Glieder, von denen das erste und vierte die äußern, das zweite und dritte aber die mittlern Proportionalglieder heißen. Z. B. 14 — 6 = 23 — 15 ist eine arithmetische, und 12 : 6 = 18 : 9 ist eine geometrische Proportion. Natürlich können zu einer richtigen Proportion entweder nur gleiche steigende oder nur gleiche fallende Verhältnisse verbunden werden.

Sind die mittlern Glieder einander gleich, so heißt die Proportion stetig oder zusammenhängend; im entgegengesetzten Falle aber abgesondert oder getrennt. Die vorigen Proportionen sind abgesonderte; aber 20 — 16 = 16 — 12; eben so 36 : 12 = 12 : 4 sind stetige.

Wenn übrigens von Verhältnissen oder Proportionen schlechtweg die Rede ist, ohne daß arithmetische ausdrücklich genannt werden: so sind gewöhnlich geometrische zu verstehen.

§. 98. Grundsatz. Gleiche Größen auf gleiche Art abgeändert bleiben auch nach dieser Aenderung einander gleich. Und wenn von zwei gleichen

Größen die eine abgeändert wird, so muß, wenn die Gleichheit erhalten werden soll, auch die andere auf gleiche Art abgeändert werden.

§. 99. Satz. In jeder arithmetischen Proportion ist die Summe der äußern Glieder eben so groß als die Summe der mittlern.

Beweis. Das erste Glied hat eben so viele Einheiten mehr oder weniger als das zweite, so viele das letzte weniger oder mehr enthält als das dritte. Um so viel also das eine der äußern Gliedern das eine der mittlern an Größe übertrifft, um eben so viel wird das andere der äußern Glieder von dem andern der mittlern an Größe übertroffen; folglich muß die Summe von beiden gleich groß sein. Z. B. $8 - 5 = 14 - 11$ und $8 + 11 = 5 + 14$; eben so $7 - 9 = 4 - 6$ und $7 + 6 = 9 + 4$.

§. 100. Umgekehrt findet eine arithmetische Proportion statt, wenn vier Zahlen so beschaffen sind, daß die Summe der äußern und mittlern Glieder einander gleich ist, z. B. 1, 5, 6, 10.

§. 101. In einer stetigen arithmetischen Proportion ist die Summe der äußern Glieder gleich dem doppelten mittlern; denn $16 - 12 = 12 - 8$ und $16 + 8 = 12 + 12 = 2 \,.\, 12$.

§. 102. Man findet also das mittlere Glied einer stetigen arithmetischen Proportion, wenn man die Summe der beiden äußern Glieder halbirt, z. B. zwischen 16 und 8 ist das mittlere Glied $= \frac{16 + 8}{2} = \frac{24}{2} = 12$ wie vorhin §. 101.

§. 103. Das mittlere Glied einer stetigen arithmetischen Proportion nennt man auch das arith-

metische Mittel. Und diesen Ausdruck gebraucht man noch in weiterm Sinne, und versteht darunter gleichsam eine mittlere Zahl zwischen mehren andern, nämlich diejenige Zahl, die man findet, wenn man die gegebenen addirt und ihre Summe durch die Anzahl der Zahlen dividirt. Hievon macht man im Leben häufig Gebrauch, z. B. wenn man die mittlern Einkünfte eines Gutes, Amtes, Gewerbes, die mittlere Anzahl der Gebornen, Gestorbenen in einem Orte oder Lande wissen will. Ein Gut z. B. trage in 6 Jahren nacheinander folgende Einkünfte: 451, 622, 487, 536, 395, 474 fl. Dieß gibt auf alle 6 Jahre zusammen 2965 fl. Einkünfte, folglich im Mittel auf Ein Jahr $494\frac{1}{6}$ fl.

§. 104. Beispiele für Fälle, wo zwischen mehren Zahlen eine mittlere gesucht werden soll, sind:

1) Ein Gewerb bringt in 10 Jahren nach einander alljährlich ein: 1) 736 fl. 2) 689 fl. 3) 496 fl. 4) 532 fl. 5) 718 fl. 6) 745 fl. 7) 671 fl. 8) 800 fl. 9) 805 fl. 10) 683 fl. Wie viel ist auf Ein Jahr im Durchschnitt zu rechnen?

2) Ein Amt trägt 8 Jahre nach einander Folgendes ein: 1) $935\frac{1}{2}$ fl. 2) $788\frac{2}{3}$ fl. 3) 814 fl. 4) $920\frac{5}{7}$ fl. 5) $942\frac{1}{5}$ fl. 6) 895 fl. 7) $913\frac{2}{5}$ fl. 8) $836\frac{1}{8}$ fl. Wie viel kann man auf jedes Jahr im Durchschnitt rechnen?

3) Ein Kaufmann hat in einer Woche an Waaren verkauft: Sonntags für 12 Thlr. 8 Gr. 1 Pf.; Montags für 15 Thlr. 7 Gr. 3 Pf.; Dienstags für 18 Thlr. 4 Pf.; Mittwochs für 12 Thlr. 17 Gr.; Donnerstags für 18 Thlr. 1 Gr. 11 Pf.; Freitags

für 15 Thlr. 23 Gr.; Sonnabends für 19 Thlr. Wie viel hat er täglich im Durchschnitte eingenommen?

4) Eine Pfarrei trug in 12 Jahren nach einander Folgendes ein: 1) 1025 fl. 36 kr. 3 Pf. 2) 1156 fl. 12 Kr. 2 Pf. 3) 986 fl. 28 Kr. 4) 1075 fl. 21 Kr. 1 Pf. 5) 1200 fl. 47 Kr. 1 Pf. 6) 1233 fl. 2 Pf. 7) 1124 fl. 18 Kr. 2 Pf. 8) 1022 fl. 3 Pf. 9) 1096 fl. 8 Kr. 1 Pf. 10) 1181 fl. 4 Kr. 3 Pf. 11) 1212 fl. 56 Kr. und 12) 987 fl. 40 kr. Wie viel ist auf Ein Jahr im Durchschnitt zu rechnen?

5) Die Gebornen einer Gemeine betrugen 10 Jahre nach einander: 1) 784 Seelen; 2) 805; 3) 708; 4) 802; 5) 806; 6) 783; 7) 792; 8) 812; 9) 801; 10) 797. Wie viel Geborne darf man auf jedes Jahr im Durchschnitt rechnen?

6) In 10 auf einander folgenden Jahren war die Sterblichkeit in einem gewissen Orte folgende: 1) 780 Personen; 2) 799; 3) 800; 4) 804; 5) 778; 6) 783; 7) 801; 8) 799; 9) 776 und 10) 794 Personen. Wie hoch kann man die Sterblichkeit an diesem Orte im Durchschnitt annehmen?

§. 105. Das vierte Glied einer arithmetischen Proportion findet man, wenn man von der Summe der beiden mittlern Glieder das erste Glied abzieht; denn es bezeichne x das unbekannte vierte Glied, so hat man z. B. $18 - 15 = 13 - x$; also $x + 18 = 15 + 13$ und $x = 15 + 13 - 18 = 10$. In der That ist auch jetzt $18 - 15 = 13 - 10$.

§. 106. Satz. In jeder geometrischen Proportion ist das Produkt der beiden äußern Glieder dem Produkte der beiden mittlern gleich.

I. Beweis. Es sei eine ganz nach Belieben gewählte Proportion

$5 : 8 = 15 : 24$

so läßt sich dafür auch schreiben (nach §. 93.)

$\frac{5}{8} = \frac{15}{24}$

und vermöge §. 98. bleibt auch noch

$8 . \frac{5}{8} = 8 . \frac{15}{24}$

und $8 . \frac{5}{8} . 24 = 8 . \frac{15}{24} . 24$.

Dadurch fallen die Nenner weg; denn $8 . \frac{5}{8} = 5$ und $\frac{15}{24} . 24 = 15$; und man erhält

$5 . 24 = 8 . 15$ oder $120 = 120$.

Dieses läßt sich auf die nämliche Weise von jeder andern Proportion beweisen. Und da es hier nicht auf die Größe der einzelnen Zahlen, sondern auf ihre gegenseitige Stellung zu einander ankommt: so wird man das Allgemeine im Beweise leicht erkennen.

II. Bew. Die Exponenten in den beiden Verhältnissen der Proportion sind einander gleich; sonst fände keine Proportion statt. Nun bestehet das erste Glied aus dem Produkte des zweiten Gliedes in den Exponenten; demnach hat das Produkt der beiden äußern Glieder zu Faktoren 1) das zweite Glied, 2) den Exponenten und 3) das vierte Glied.

Das dritte Glied ist das Produkt aus dem vierten in den Exponenten; daher hat das Produkt der beiden mittlern Glieder zu Faktoren 1) das zweite Glied, 2) das vierte Glied und 3) den Exponenten.

Folglich hat das Produkt der äußern Glieder eben die Faktoren, wie das Produkt der mittlern; beide Produkte müssen also gleich sein. Z. B.

$12 : 3 = 20 : 5$

Hier ist der Exponent 4; demnach kann man auch schreiben:

$$3 \,.\, 4 : 3 = 5 \,.\, 4 : 5.$$

Macht man nun die Produkte der äußern und mittlern Glieder, so erhalten beide einerlei Faktoren und sind also gleich; nämlich

$$3 \,.\, 4 \,.\, 5 = 3 \,.\, 5 \,.\, 4 \text{ oder } 60 = 60$$

§. 107. Umgekehrt kann man aus zwei gleichen Produkten immer eine geometrische Proportion bilden, indem man die Faktoren des einen Produktes zu den äußern, die Faktoren des andern aber zu den mittlern Gliedern macht; z. B. 5 . 6 = 3 . 10; hieraus wird 5 : 10 = 3 : 6

§. 108. Weil ein Quadrat das Produkt aus zwei gleichen Faktoren ist: so ist in einer stetigen geometrischen Proportion das Produkt der beiden äußern Glieder so groß, als das Quadrat des *mittlern* Gliedes; denn aus 3 : 6 = 6 : 12 erhält man 3 . 12 = 6 . 6 und ein solches mittleres Glied (hier 6) heißt auch die mittlere geometrische Proportionalzahl zwischen zwei Zahlen (hier zwischen 3 und 12).

§. 109. Satz. In jeder geometrischen Proportion lassen sich die beiden mittlern Glieder mit einander verwechseln.

Beweis. Es verhält sich

$$5 : 10 = 3 : 6$$

wofür man auch schreiben kann

$$\frac{5}{10} = \frac{3}{6}$$

Nun lassen sich an diesen zwei gleichen Zahlenausdrücken nach §. 98. folgende Aenderungen machen:

$$\frac{5}{10 \,.\, 3} = \frac{3}{6 \,.\, 3}$$

$$\frac{5 \cdot 10}{10 \cdot 3} = \frac{3 \cdot 10}{6 \cdot 3} \text{ d. h. } \frac{5}{3} = \frac{10}{6}$$

wofür sich schreiben läßt

$$5 : 3 = 10 : 6$$

welches zu beweisen war und auch an jeder andern Proportion auf gleiche Art nachgewiesen werden kann.

§. 110. Aufg. Zu drei gegebenen Gliedern einer geometrischen Proportion das vierte zu finden.

Aufl. Man multiplicire das zweite und dritte Glied mit einander, und dividire ihr Produkt durch das erste; der Quotient gibt das verlangte vierte Glied.

Denn es seien z. B. die Zahlen 3, 15, 8 gegeben, und das unbekannte vierte Glied werde mit x bezeichnet: so ist

$$3 : 15 = 8 : x$$

hieraus erhält man (vermöge §. 106.)

$$3 \cdot x = 15 \cdot 8$$

Jetzt wissen wir schon das Dreifache der unbekannten Größe x; wir wollen aber blos das Einfache derselben kennen lernen. Dieß kann begreiflich gar leicht dadurch bewerkstelliget werden, daß wir 3 . x durch 3 dividiren. Denn $\frac{3 \cdot x}{3} = 1 \cdot x = x$.

Nach §. 98. muß nun auch der Zahlenausdruck zur Rechten durch 3 dividirt werden; sonst bleiben die Größen einander nicht gleich. Dadurch erhält man

$$x = \frac{15 \cdot 8}{3} \text{ oder } x = 40$$

Wirklich ist nun 3 : 15 = 8 : 40 eine richtige Proportion, und aus dem Gange der Untersuchung wird man die Natürlichkeit und Richtigkeit, so wie die Allgemeinheit der vorgeschriebenen Regel ersehen.

Man kann die Sache auch also entwickeln und rechtfertigen: Wenn zu einer geometrischen Proportion das vierte Glied fehlt und gesucht werden soll, wie

$$21 : 12 = 7 : x$$

so ist $21 \times x = 12 \times 7$ (nach §. 106.).
Aber x muß allein stehen, wenn es in seinem einfachen Werth erkannt werden soll. Dieß geschieht dadurch, daß man $21 \times x$ durch 21 dividirt, weil $\frac{21 \times x}{21} = x$ ist. Alsdann muß aber auch der gleiche Werth von $21 \times x$ nämlich 12×7 durch 21 dividirt werden (wegen §. 98.). Dadurch erhält man

$$x = \frac{12 \times 7}{21} \text{ oder } x = 4$$

d. h. das unbekannte vierte Glied einer geometrischen Porportion bekommt man allemal, wenn man die beiden mittlern Glieder (hier 12 und 7) mit einander multiplicirt und dieses Produkt durch das erste Glied (hier durch 21) dividirt.

§. 111. Satz. Zwei Zahlen bleiben in einerlei geometrischem Verhältnisse, wenn man sie mit einerlei Zahlen multiplicirt oder dividirt.

Bew. Das Verhältniß bleibt unverändert, wenn der Exponent unverändert bleibt. Wenn nun beide Glieder durch einerlei Zahl multiplicirt oder dividirt werden, so wird das eine Glied so vielmal größer oder kleiner, als das andere. Darum muß auch das erste Glied noch immer das zweite so oft in sich enthalten, als vor dem Multipliciren oder Dividiren, das heißt, der Exponent bleibt unverändert, folglich auch das Verhältniß. Oder man schreibe das Verhältniß als einen Bruch (§. 93.);

so weiß man (§. 33. 35.), daß ein Bruch in seinem Werthe ungeändert bleibt, wenn man Zähler und Nenner mit der nämlichen Zahl multiplicirt oder dividirt. Z. B.

28 : 7 hat 4 zum Exponenten, und

3 . 28 : 3 . 7 d. i. 84 : 21 hat auch 4 zum Exponenten. Eben so

36 : 12 hat 3 zum Exponenten, und

$\frac{36}{4} : \frac{12}{4}$ d. i. 9 : 3 hat auch 3 zum Exponenten.

§. 112. Man kann daher in einer geometrischen Proportion die zwei Glieder eines jeden Verhältnisses mit einerlei Zahl multipliciren oder dividiren, und sie dadurch auf die kleinsten Zahlen bringen, wodurch die Rechnung oft sehr vereinfacht wird. Z. B.

$\frac{3}{4} : \frac{5}{8} = 16 : 13\frac{1}{3}$

$8 . \frac{3}{4} : 8 . \frac{5}{8}$ d. i. $6 : 5 = 16 : 13\frac{1}{3}$

wo überall der Exponent $1\frac{1}{5}$ ist.

Eben so $12 : 48 = 9 : 36$

$\frac{12}{12} : \frac{48}{12}$ d. i. $1 : 4 = 9 : 36$

wo durchaus der Exponent $\frac{1}{4}$ ist.

§. 113. Wegen §. 109. kann auch das erste und dritte Glied einer geometrischen Proportion mit einerlei Zahl multiplicirt oder dividirt werden. Z. B.

$\frac{5}{4} : 6 = \frac{7}{4} : 8\frac{2}{5}$

$4 . \frac{5}{4} : 6 = 4 . \frac{7}{4} : 8\frac{2}{5}$

d. i. $5 : 6 = 7 : 8\frac{2}{5}$

Eben so $35 : 8 = 20 : 4\frac{4}{7}$

$\frac{35}{5} : 8 = \frac{20}{5} : 4\frac{4}{7}$

d. i. $7 : 8 = 4 : 4\frac{4}{7}$.

§. 114. Satz. Bei mehren Proportionen verhält sich das Produkt aller ersten Glieder zu dem Produkte aller zweiten, wie das Produkt aller dritten zu dem Produkte aller vierten. Z. B.

$$3 : 5 = 12 : 20$$
$$4 : 8 = 2 : 4$$
$$6 : 2 = 21 : 7$$

$$3 \cdot 4 \cdot 6 : 5 \cdot 8 \cdot 2 = 12 \cdot 2 \cdot 21 : 20 \cdot 4 \cdot 7$$

d. i. $72 : 80 = 504 : 560$

Bew. Um bei den gegebenen Proportionen stehen zu bleiben, weiß man (aus §. 93.), daß sich dieselben auch also schreiben lassen:

$$\frac{3}{5} = \frac{12}{20}$$
$$\frac{4}{8} = \frac{2}{4}$$
$$\frac{6}{2} = \frac{21}{7}$$

Vermöge §. 98. aber ist

$$\frac{3}{5} \cdot \frac{4}{8} \cdot \frac{6}{2} = \frac{12}{20} \cdot \frac{2}{4} \cdot \frac{21}{7}$$

oder was einerlei ist

$$\frac{3 \cdot 4 \cdot 6}{5 \cdot 8 \cdot 2} = \frac{12 \cdot 2 \cdot 21}{20 \cdot 4 \cdot 7}$$

wofür man nun schreiben kann:

$$3 \cdot 4 \cdot 6 : 5 \cdot 8 \cdot 2 = 12 \cdot 2 \cdot 21 : 20 \cdot 4 \cdot 7.$$

§. 115. Wenn Proportionen von der Art sind, daß in dem einen Verhältnisse, z. B. in dem zweiten, das Hinterglied immer dem Vorderglied des nächstfolgenden Verhältnisses gleich ist: so kann man (vermöge §. 111.) diese gleichen Glieder gegenseitig ausstreichen. Z. B.

$$12 : 15 = 4 : 5$$
$$10 : 4 = 5 : 2$$
$$16 : 24 = 2 : 3$$

$$12 \cdot 10 \cdot 16 : 15 \cdot 4 \cdot 24 = 4 : 3$$

d. i. $1920 : 1440 = 4 : 3$

§. 116. Aufg. Eine Zahl in mehre Theile zu theilen, daß sich diese Theile wie gegebene andere Zahlen verhalten.

Aufl. Es ist einleuchtend, daß die Summe der gegebenen Verhältnißzahlen sich verhalte zu jeder einzelnen Verhältnißzahl, wie sich die zu theilende Zahl (als Summe) zu jedem gesuchten Theile (als der neuen Verhältnißzahl) verhält. Darum addire man zuerst die gegebenen Verhältnißzahlen und setze ih e Summe in das erste Glied einer geometrischen Proportion, jede einzelne gegebene Verhältnißzahl in das zweite, und die zu theilende Summe oder Zahl in das dritte Glied. Dieß gibt so viele verschiedene Proportionen, als Verhältnißzahlen gegeben sind; zu welchen Proportionen das vierte Glied (nach §. 110.) gesucht wird, und dieses gibt nach der Reihe die verlangten Theile.

Z. B. Die Zahl 4500 soll in 4 Theile getheilt werden, welche sich wie die Zahlen 3, 4, 5, 6, verhalten. Es ist aber $3 + 4 + 5 + 6 = 18$; demnach

$18 : 3 = 4500 : x$; woraus $x = 750$ erster Theil
$18 : 4 = 4500 : x$; „ „ $x = 1000$ zweiter Theil
$18 : 5 = 4500 : x$; „ „ $x = 1250$ dritter Theil
$18 : 6 = 4500 : x$; „ „ $x = 1500$ vierter Theil.

Wirklich verhält sich auch nun

$$750 : 1000 = 3 : 4$$
$$1000 : 1250 = 4 : 5$$

u. s. w. und die Summe der gefundenen Theile ist der gegebenen Zahl gleich, nämlich

$$750 + 1000 + 1250 + 1500 = 4500.$$

Anwendungen der bisherigen Lehren auf die verschiedenen Rechnungen des bürgerlichen Lebens.

I. Regel de Tri oder einfache Proportionsrechnung.

§. 117. Die Regel de Tri d. h. die Regel von drei, nämlich Sätzen oder Gliedern, ist nichts anders als die Aufgabe: zu drei gegebenen Gliedern einer geometrischen Proportion das vierte zu finden (§. 110.). Sie findet also überall Statt da, wo bei zwei Verhältnissen das Vorderglied des einen das Hinterglied so oft enthält, wie es bei dem andern Verhältnisse sein soll, zu welchem noch das fehlende Glied gesucht wird. Die Größen in dem einen Verhältnisse können also von den Größen des andern gar wohl verschieden sein, wenn nur das eine Glied des ersten Verhältnisses so oft in dem andern Gliede enthalten ist, als das eine Glied des zweiten Verhältnisses in dem andern Gliede steckt. Dieses findet z. B. bei Waaren und ihrem zugehörigen Preise, bei Kapitalien und den Zinsen, die sie tragen u. s. w. Statt. Denn dreimal so viel Waare kostet dreimal so viel Geld; sechsfach so große Kapitalien tragen sechsfach größere Zinsen, u. s. w. Z. B.

1 Pfd. : 3 Pfd. = 8 fl. : 24 fl.

eben so

100 fl. Kap. : 600 fl. Kap. = 5 fl. Zins. : 30 fl. Zins.

Die Glieder eines und des nämlichen Verhältnisses hingegen müssen immer von einerlei Art sein.

Denn Lothe sind nicht in Gulden, noch Thaler in Pfunden enthalten. Es ist also unnatürlich, anzusetzen:

1 Pfd. : 8 fl. — 3 Pfd. : 24 fl.

§. 118. Die Größen sind nun theils von der Art, daß mit dem Wachsthume der einen Größe auch die andere wächst oder mit der Abnahme der einen auch die andere abnimmt; theils aber sind sie von der Beschaffenheit, daß, wenn die eine Größe zunimmt, die andere abnimmt, oder daß, wenn die eine abnimmt, die andere zunimmt. Von den Größen der ersten Art sagt man, daß sie im geraden Verhältnisse stehen. Zu diesen gehören 1) Waaren und ihre Preise; 2) Kapitalien und Zinsen; 3) die Menge der Arbeiter und die Menge ihrer Arbeit; 4) Zeit und Lohn der Arbeiter; 5) die Menge der Arbeit und der Lohn dafür; 6) die Anzahl der Menschen und die Lebensmittel, welche sie in der nämlichen Zeit nöthig haben; 7) die Länge des Weges und die zum Durchlaufen desselben zu verwendende Zeit bei gleicher Geschwindigkeit u. s. w. Von den Größen der andern Art sagt man, daß sie im umgekehrten Verhältnisse stehen. Dahin gehören 1) die Menge der Arbeiter und die zu der nämlichen Arbeit erforderliche Zeit; 2) die Menge der Menschen und die Zeit, in welcher sie eine bestimmte Menge Nahrungsmittel verzehren; 3) die Größe des Fußes oder eines andern Maaßes und die Anzahl derselben in einer bestimmten Länge; 4) der Preis des Getreides und das Gewicht des Brotes für das nämliche Geld; 5) die Menge der Waare, welche man für ein bestimmtes Geld kauft, und der Preis derselben; 6) die Geschwindigkeit und

die Zeit bei einerlei Weg; 7) die Größe der Fracht und die Länge des Weges bei gleichgroßer Zahlung; 8) die Breite eines Zeuges und seine Länge, wenn das Zeug zu einerlei Sache verbraucht, oder wenn Zeug aus einer bestimmten Menge Garn verfertigt wird; 9) die Größe der Kapitalien und der Procente, wenn gleichviel Zinsen fallen sollen; 10) die Kapitalien und die Zeit, in welcher jene ausstehen, um gleichgroße Zinsen abzuwerfen.

§. 119. Bei einer Regel de Tri-Aufgabe sind drei Größen gegeben, unter welchen diejenige, von welcher man Etwas wissen will, die Fragezahl heißt. Diese hat unter den drei gegebenen Größen eine gleichartige oder eine solche, die wenigstens mit ihr gleichartig gemacht werden kann. Diese beiden Größen bilden das erste Verhältniß der geometrischen Proportion. Die dritte von den drei gegebenen Größen ist mit derjenigen gleichartig (oder doch gleichartig zu machend), welche gesucht werden soll. Und diese zwei Größen bilden das zweite Verhältniß der Proportion. Z. B. Was muß für 25 Pfund gezahlt werden, wenn 10 Pfund 12 Gulden kosten? In den 25 Pfd. sehen wir offenbar die Fragezahl und diese bilden mit der gleichartigen Größe von 10 Pfd. das erste Verhältniß. Die noch übrige dritte Größe, nämlich 12 fl., bildet mit der zu suchenden Zahl von Gulden, die als unbekannt mit x bezeichnet zu werden pflegt, das zweite Verhältniß. Weil aber 25 Pfd. mehr kosten als 10 Pfd., so hat man hier steigende Verhältnisse. Demnach ist der Proportions- oder Regel de Tri-Ansatz folgender

$$10 \text{ Pfd.} : 25 \text{ Pfd.} = 12 \text{ fl.} : x \text{ fl.}$$

und (nach §. 110.) ist $x = \frac{25 \times 12}{10} = \frac{300}{10} = 30$ fl. d. h. die 25 Pfund kosten 30 fl.

§. 120. Die Hauptsache ist nun die richtige Stellung der Glieder oder der richtige Regel de Tri-Ansatz. Wer diesen in seiner Gewalt hat (und hiezu ist nur gesunder Menschenverstand nöthig), der hat gewonnen Spiel nicht nur in der Regel de Tri, sondern auch in allen von ihr oder von dem Proportionssatz abhängigen Rechnungsarten, und bedarf nicht aller der vielen und unnützen und leicht vergeßlichen Regeln. Man braucht nur Folgendes zu beachten und einzuhalten: Vor Allem setze man diejenige Größe, welche mit der zu suchenden gleichartig ist (oder wenigstens gleichartig gemacht werden kann), in das dritte Glied, und untersuche nun, ob nach der Natur und Beschaffenheit der Sache die zu suchende vierte Zahl größer oder kleiner werden muß als die dritte. Im ersten Falle wird von den beiden übrigen gleichartigen Größen, welche das erste Verhältniß bilden, die größere in das zweite Glied, im andern Falle wird die kleinere in das zweite Glied gesetzt, und die andere noch übrige kommt in das erste Glied zu stehen. Man kann die Sache auch also vorstellig machen: Die zu suchende Größe oder Zahl bildet immer mit der ihr gleichartigen unter den drei gegebenen Größen das zweite Verhältniß der Proportion dergestalt, daß die unbekannte Größe (x) in das vierte Glied und die ihr gleichartige in das dritte gestellt wird. Aus der Natur der Sache oder aus den Bedingungen der Aufgabe wird nun untersucht, ob das nun angesetzte zweite Verhältniß ein steigendes oder ein fallendes

werden muß, und darnach müssen die beiden übrigen gleichartigen Größen, die das erste Verhältniß bilden, ebenfalls zu einem steigenden oder fallenden Verhältnisse gestellt werden. Denn nur zwei steigende oder nur zwei fallende gleiche Verhältnisse können zu einer richtigen Proportion verbunden werden. Bei diesem Verfahren und dem richtigen Einhalten der auf der Natur der Sache und der Proportion gegründeten Vorschrift fällt die Eintheilung der Regel de Tri in eine gerade und umgekehrte (oder gar verkehrte) als unnütz ganz weg, und der Weg zu einem richtigen und sichern Rechnen ist geebnet. Wir wollen die Sache durch einige Beispiele erläutern:

1) Jemand kauft sich von einem Tuche, wovon die Elle d. i. 1 Elle 5 fl. kostet, $7\frac{1}{2}$ Ellen. Was muß er dafür zahlen? Es ist einleuchtend, daß, je mehr Ellen gekauft werden, desto mehr gezahlt werden muß. Das vierte Glied wird daher größer als das dritte, demnach muß auch von den beiden Größen (1 Elle und $7\frac{1}{2}$ Ellen), welche das erste Verhältniß bilden, die größere Zahl ($7\frac{1}{2}$) in das zweite Glied zu stehen kommen. Der richtige Ansatz ist also:

$$1 \text{ Elle} : 7\tfrac{1}{2} \text{ Ellen} = 5 \text{ fl.} : x \text{ fl.}$$

$$\text{und } x = \frac{7\frac{1}{2} \times 5}{1} = \frac{15}{2} \times 5 = \frac{75}{2} = 37\tfrac{1}{2} \text{ fl.}$$

d. h für die $7\frac{1}{2}$ Ellen müssen $37\frac{1}{2}$ fl. oder 37 fl. 30 Kr. gezahlt werden.

2) Wenn 3 Personen mit einander täglich 2 Thlr. verdienen: wie viel verdienen 12 Personen bei gleicher Arbeit und gleichem Fleiße? Offenbar verdienen mehr Personen auch mehr Geld. Es bildet daher das zu suchende Glied (x Thlr.) mit

dem gleichartigen Gliede (2 Thlr.) ein steigendes Verhältniß; demgemäß müssen auch die übrigen Glieder (3 und 12 Personen) in ein steigendes Verhältniß gestellt werden. Man muß also ansetzen:

3 Pers. : 12 Pers. = 2 Thlr. : x Thlr.

und $x = \frac{12 \times 2}{3} = \frac{24}{3} = 8$ Thlr.

d. h. unter den angegebenen Umständen ist der tägliche Verdienst der 12 Personen gemeinschaftlich 8 Thlr.

3) Zu einer bestimmten Arbeit brauchen 18 Arbeiter 21 Tage. Wie viel Tage werden aber nur 7 Arbeiter dazu nöthig haben? Man sieht leicht, daß, je weniger Arbeiter zu der nämlichen Arbeit angestellt werden, dieselben dagegen desto mehr Zeit dazu brauchen. Die zu suchenden Tage (x) machen demnach mit den gegebenen 21 Tagen ein steigendes Verhältniß; weßhalb auch die zwei übrigen gegebenen Glieder (18 und 7 Arbeiter) ein steigendes Verhältniß bilden müssen. Der einzig wahre Ansatz ist demnach

7 Arbeiter : 18 Arbeitern = 21 Tage : x Tagen

und $x = \frac{18 \times 21}{7} = 54$ Tage

d. h. zu der nämlichen Arbeit, wozu 18 Arbeiter nur 21 Tage nöthig haben, brauchen 7 Arbeiter 54 Tage.

4) Zu einer Bekleidung sind $8\frac{2}{5}$ Ellen Unterzeug, das $\frac{5}{4}$ Ellen breit ist, erforderlich. Wie viel Unterzeug aber hat man nöthig, wenn dasselbe $\frac{7}{4}$ Ellen breit ist? Die Fragezahl ($\frac{7}{4}$ Ellen) ist größer als die andere ($\frac{5}{4}$ Ellen). Allein je breiter ein Zeug ist, desto weniger hat man zu der nämlichen Sache nöthig. Die unbekannten x Ellen bilden also mit den $8\frac{2}{5}$ Ellen, als ihren gleichartigen,

ein fallendes Verhältniß, weßhalb auch die beiden andern gleichartigen Glieder ($\frac{5}{4}$ und $\frac{7}{4}$ Ellen) in ein fallendes gestellt werden müssen. Deßwegen setzt man an:

$\frac{7}{4}$ Ellen Breite : $\frac{5}{4}$ Ell. Br. = $8\frac{2}{5}$ Ell. Zeug : x Ell. oder nach Anwendung des obigen (§. 111.) Satzes

$$7 : 5 = 8\frac{2}{5} : x$$

und $x = \frac{5 \times 8\frac{2}{5}}{7} = \frac{5 \times \frac{42}{5}}{7} = \frac{42}{7} = 6$ Ellen.

d. h. von dem $\frac{7}{4}$ Ellen breiten Zeuge hat man 6 Ellen nöthig.

5) Wie groß muß das Kapital sein, welches bei 5 Procent Zinsen jährlich 365 fl. Zinsen tragen soll? Die Fragezahl (365) ist hier größer als die andere (5). Aber wenn mehr Zinsen in der nämlichen Zeit eingehen sollen, so ist dazu auch ein größeres Kapital als 100 fl., welche nur 5 fl. abwerfen, erforderlich. Die beiden gleichartigen gegebenen Glieder (5 und 365) sind demnach in ein steigendes Verhältniß zu setzen, und der Ansatz ist

5 fl. Zinsen : 365 fl. Zins. = 100 fl. Kapital : x fl. Kap.

und $x = \frac{365 \times 100}{5} = 7300$ fl.

d. h. wer an Zinsen jährlich 365 fl. einnehmen will, muß ein Kapital von 7300 fl. zu 5 Procent ausleihen. — Uebrigens heißt 5 Procent Zinsen so viel als: von 100 fl. Kapital werden 5 fl. Zinsen gezahlt.

6) Jemand hat einen Wintervorrath für 350 Schaafe auf 3 Monate. Er verkauft jedoch gleich Anfangs 70 Stücke davon. Auf wie viel Monate wird nun derselbe Vorrath für die übrigen Schaafe dauern? Die Fragezahl (350 — 70 = 280 Schaafe) ist kleiner als die andere ihr gleichartige; je weni-

ger Schaafe zu füttern sind, auf desto längere Zeit dauert der Vorrath. Die zu suchenden Monate stehen also mit den gegebenen 3 Monaten in einem steigenden Verhältnisse; demnach müssen auch die zwei andern gleichartigen Glieder (350 und 280) in ein steigendes gestellt werden. Der richtige Ansatz ist nun

280 Sch. : 350 Sch. = 3 Monate : x Monaten

und $x = \frac{350 \times 3}{280} = \frac{1050}{280} = 3\frac{3}{4}$ Monate

d. h. die noch übrigen 280 Schaafe können mit dem vorhandenen Vorrath $3\frac{3}{4}$ Monate oder drei Monate und $22\frac{1}{2}$ Tage lang gefüttert werden, wenn man den Monat zu 30 Tagen im Durchschnitt rechnet.

§. 121. Wenn in irgend einem Verhältnisse Größen vorkommen, welche zwar zu einerlei Gattung, aber zu verschiedenen Arten gehören, wenn z. B. verschiedene Arten von Geld, Gewicht, Maaß u. s. w. vorkommen, so muß man sie gleichartig machen oder auf einerlei Einheit bringen; denn 4 fl. und 36 Kreuzer verhalten sich nicht wie 4 zu 36; sondern wie 4 × 60 zu 36 d. i. wie 240 : 36 oder auch wie 4 : $\frac{36}{60}$ oder wie 4 : $\frac{3}{5}$. Eben so wenig stehen 3 Thaler und 12 Groschen in dem Verhältniß 3 zu 12 zu einander, sondern entweder wie 72 : 12 oder wie 3 : $\frac{12}{24}$ und einfacher wie 3 : $\frac{1}{2}$. Ferner stehen 2 Centner und 25 Pfund nicht in dem Verhältnisse 2 zu 25, sondern entweder wie 200 : 25 oder wie 2 : $\frac{25}{100}$ d. h. wie 2 : $\frac{1}{4}$ zu einander, wenn man den Ctl. zu 100 Pfd. rechnet; wenn man ihn aber zu 110 Pfd. annimmt, so stellen sich folgende Verhältnisse heraus, nämlich entweder 220 : 25 oder 2 : $\frac{25}{110}$ oder 2 : $\frac{5}{22}$. Man kann

nun, wie schon aus den eben gegebenen Beispielen erhellet, verschiedenartige Größen dadurch gleichartig machen oder auf einerlei Einheit bringen, daß man entweder die größern Einheiten auf die kleinern oder die kleinern auf die größern bringt. Beispiele:

1) Es sind 3 Ctl. 72 Pfd. einer gewissen Sache um 56 fl. 48 Kr. gekauft worden. Wie hoch kommt 1 Pfund? Man kann hier die Centner zu Pfunden und die Gulden zu Kreuzer machen; alsdann ist, wenn man den Centner zu 100 Pfd. annimmt, der Ansatz

$$372 \text{ Pfd.} : 1 \text{ Pfd.} = 3408 \text{ Kr.} : x \text{ Kr.}$$

und $x = \frac{1 \times 3408}{372} = 9\frac{5}{31}$ Kr.

d. h. 1 Pfund dieser Waare kostet $9\frac{5}{31}$ Kr. Man hätte aber auch, wiewohl unbequemer, die Pfunde in Centner verwandeln können. Die Rechnung sieht dann also aus:

$$3\tfrac{72}{100} \text{ Ctl.} : \tfrac{1}{100} \text{ Ctl.} = 3408 \text{ Kr.} : x \text{ Kr.}$$

und $x = \frac{\frac{1}{100} \times 3408}{3\frac{72}{100}} = \frac{\frac{3408}{100}}{\frac{372}{100}} = \frac{3408}{100} : \frac{372}{100}$

$= \frac{3408}{100} \times \frac{100}{372} = 9\frac{5}{31}$ Kr. wie vorhin.

2) Wenn 20 Pfd. $58\frac{2}{3}$ fl. kosten: wie hoch kommt das Loth d. i. 1 Loth? Man sieht leicht, daß blos Kreuzer herauskommen werden. Darum thut man wohl, die Gulden sogleich in Kreuzer zu verwandeln und diese in den Ansatz zu bringen. Die Pfunde aber müssen der Gleichartigkeit wegen in Lothe verwandelt werden. Uebrigens haben wir hier offenbar fallende Verhältnisse; demnach rechnen wir also:

$$640 \text{ Lothe} : 1 \text{ Loth} = 3520 \text{ Kr.} : x \text{ Kr.}$$

und $x = \frac{1 \times 3520}{640} = 5\frac{1}{2}$ **Kreuzer als der Preis eines Lothes.**

3) In Preußen werden 3 Loth einer gewissen Waare für 8 Silbergroschen verkauft. Wie theuer ist hienach der dortige Centner? Weil hier der Centner 110 Pfund hält und das Pfund 32 Lothe hat, folglich 1 Ctl. = 110 Pfd. = 110 $\times$ 32 = 3520 Loth ist, überdieß hier steigende Verhältnisse Statt finden: so ist der Ansatz

3 Loth : 3520 Loth = 8 Silbergr. : x Slbrgr.

und $x = \frac{3520 \times 8}{3} = 9386\frac{2}{3}$ Silbergroschen = 312 Thlr $26\frac{2}{3}$ Silbergroschen als der Preis eines Centners.

§. 122. Von den oben (§. 111. bis 113.) mitgetheilten Sätzen kann oft ein vortheilhafter Gebrauch gemacht werden. Ihre Anwendung gibt zum Theil das, was in manchen Rechenbüchern unter dem Namen der wälschen Praktik vorkommt. Beispiele:

1) Man kauft $4\frac{1}{4}$ Pfd. um 3 fl. 45 Kr.; wie hoch kommen $\frac{3}{4}$ Pfd.?

$4\frac{1}{4} : \frac{3}{4} = 3$ fl. 45 Kr. : x

oder $\frac{17}{4} : \frac{3}{4} = 225$ Kr. : x; und nun nach §. 112.

$17 : 3 = 225 : x$; woraus

$x = \frac{3 \cdot 225}{17} = 39\frac{12}{17}$ Kr. als der Werth von $\frac{3}{4}$ Pfd.

2) Für $12\frac{1}{2}$ Loth zahlt man $3\frac{1}{2}$ Thlr.; wie hoch kommen 20 Loth?

$12\frac{1}{2} : 20 = 3\frac{1}{2}$ Thlr. : x Thlr.

$\frac{25}{2} : 20 = \frac{7}{2} : x$.

$25 : 20 = 7 : x$ nach §. 113.

ferner $5 : 4 = 7 : x$ nach §. 112. und

$x = \frac{4 \cdot 7}{5} = 5\frac{3}{5}$ Thlr. der Preis von 20 Loth.

3) Man kauft 7 Pfd. um 26 Thlr.; wie viel kosten 28 Pfd.?

$7 : 28 = 26 : x$

$1 : 4 = 26 : x$ nach §. 112.

also $x = 104$ Thlr. der Werth der 28 Pfd.

4) Es werden 12 Ctl. mit 33 fl. bezahlt; wie hoch kommen 40 Ctl.?

$12 : 40 = 33 : x$

$3 : 10 = 33 : x$ nach §. 112.

ferner $1 : 10 = 11 : x$ nach §. 113.

und $x = 110$ fl. der Preis von 40 Ctl.

§. 123. Durch scharfes Nachdenken über die Natur der Gegenstände, die in den Aufgaben vorkommen, kann man auch die beim ersten Blicke etwas schwierigen und verwickelten Aufgaben lösen, wenn anders die Auflösung überhaupt nur von gleichen Verhältnissen abhängt. Z. B.

1) An einen bestimmten Ort sollen 300 fl. frankirt oder frei geschickt werden. Allein am Orte der Absendung kann das Geld nicht frankirt werden. Wie viel muß nun der Summe zugeleget werden, daß der Empfänger, der nun das Porto tragen muß, doch seine 300 fl. voll erhalte, wenn man weiß, daß der Gulden bis zu jenem Orte 2 Kreuzer Porto kostet? Offenbar hat jeder Gulden für den Empfänger anstatt 60 Kr. nur 58 Kr. Werth. So vielmal also 60 mehr ist als 58; so vielmal muß daher auch mehr geschickt werden als 300 fl. Man setzt also mit Recht an

$58 : 60 = 300$ fl. $: x$ fl.

und $x = \frac{60 \times 300}{58} = 310$ fl. 20 Kr. $2\frac{2}{29}$ Pfennige d. h. man darf nur 10 fl. 20 Kr. $2\frac{2}{29}$ Pf. über 300 fl. schicken, so kann der Empfänger das Porto selbst tragen ohne allen Verlust.

2) Es sollen 10000 Thlr. portofrei irgend wohin gesandt werden. Die Post nimmt aber die Bezahlung nicht an oder nur z. B. bis an die Grenze. Wie viel muß nun auf das Geld gezahlt werden, daß der Empfänger durch das Zahlen des Porto keinen Schaden hat, wenn das Postgeld $\frac{1}{2}$ Procent ist? Dem Empfänger ist offenbar jedes Hundert nur $99\frac{1}{2}$ werth. Demnach ist der richtige Ansatz

$$99\tfrac{1}{2} : 100 = 10000 \text{ Thlr.} : x \text{ Thlr.}$$

und $x = \frac{100 \times 10000}{99\frac{1}{2}} = 10050$ Thlr. 6 Gr. $\frac{72}{199}$ Pf.

d. h. wenn man 50 Thlr. 6 Gr. zulegt, so kann der Empfänger ohne Schaden das Postgeld selbst bezahlen.

3) Jemand kauft ein Pferd um 60 Thlr. und verkauft es wieder um 72 Thlr. Wie viel Procent (d. h. an jedem Hundert) hat er gewonnen? Der reine Gewinn ohne Rücksicht auf Procente ist 12 Thlr. Demnach

$$60 : 100 = 12 : x$$

und $x = \frac{100 \times 12}{60} = 20$ Procent

d. h. jedes Hundert würde 20 abwerfen. Natürlich können dann 60 Thlr. des Einkaufs nicht 20 sondern nur 12 abwerfen, wie man aus dem Ansatz $100 : 60 = 20 : x$ sogleich finden wird.

4) Ein Landmann hat seinen Zehnten (d. h. den zehnten Theil seiner ganzen Ernte) schon abgegeben und bringt noch 6 Schock und 27 Garben in seine Scheune. Wie viel hat er in Allem geerntet? Es leuchtet ein, daß, so vielmal 10 mehr ist als 9,

eben so vielmal mehr hat er geerntet als 387 Garben. Demnach setzen wir richtig an

$$9 : 10 = 387 \text{ Garben} : x \text{ Garben}$$

$$\text{und } x = \frac{10 \times 387}{9} = 430 \text{ Garben}$$

d. h. die ganze Ernte betrug 430 Garben = 7 Schock 10 Garben; und darum muß dieser Landmann 430 — 387 = 43 oder $\frac{430}{10}$ = 43 Garben Zehnten gegeben haben.

5) Es sollen 240 Soldaten in 30 Tagen einen Wall aufbauen. Da aber die Arbeit früher geendigt sein soll, so werden ihnen, nachdem sie schon 10 Tage gearbeitet hatten, noch 60 Mann beigegeben. Allein als diese mit einander 11 Tage gearbeitet hatten, werden 50 Mann zu einem andern Dienste wieder abberufen. Wann werden nun die zurückbleibenden den Wall vollends zu Ende *bringen*? und wie lange wird der ganze Bau gedauert haben? — Als die 240 Mann noch 20 Tage zu arbeiten hatten, kommen 60 Mann noch hinzu; diese 300 Mann werden aber in weniger als 20 Tagen fertig werden, und zwar in 16 Tagen, nämlich

$$300 : 240 = 20 \text{ Tage} : x \text{ Tagen}$$

$$\text{und } x = \frac{240 \times 20}{300} = 16 \text{ Tagen.}$$

Nach 11 Tagen hätten diese 300 Mann noch 16 — 11 = 5 Tage zu arbeiten gehabt. Da aber 50 Mann abberufen werden, so werden diese 250 Mann mehr als 5 Tage brauchen, und es ist

$$250 : 300 = 5 \text{ Tage} : x \text{ Tagen}$$

$$\text{und } x = \frac{300 \times 5}{250} = 6 \text{ Tagen.}$$

Die Dauer des ganzen Baues ist demnach 10 + 11 + 6 = 27 Tage.

§. 124. An folgenden Aufgaben mag nun der Zögling allein seine Kraft üben:

1) Ein Quint Safran kostet 17 Kr. 2 Pf.; wie hoch kommen 1 Pfd. 8 Loth und 1 Quint?

2) Für $\frac{2}{3}$ fl. erhalte ich $\frac{3}{4}$ Pfd.; wie viel bekomme ich für $\frac{3}{5}$ fl.?

3) Wenn die Leinwand $1\frac{1}{2}$ Ellen breit wird, bekommt eine Frau von ihrem Garn $30\frac{3}{4}$ Ellen; wie viel Ellen wird sie erhalten, wenn die Leinwand nur $\frac{5}{4}$ breit werden soll?

4) Ein Getreidefeld könnte von 4 Schnittern in 10 Tagen abgeschnitten werden. Es soll jedoch in kürzerer Zeit geschehen. Der Besitzer gibt daher noch 2 Schnitter dazu; in wie viel Tagen wird nun das Getreide abgeschnitten werden?

5) Was kostet der preuß. Centner, wenn 1 Loth mit $1\frac{1}{2}$ Silbergroschen bezahlt wird?

6) In Hamburg kosten $913\frac{3}{4}$ Pfund einer Waare 795 Mark 15 Schillinge und $4\frac{1}{16}$ Pfennige; was kosten hienach 12 Pfd. dieser Waare?

7) 1 Pfund Gewürz kostet 42 fl. 40 Kr.; was kostet 1 Quint?

8) Ein Handwerksmann kauft sich in sein Haushalten 1 Paar Schweinlein um $14\frac{1}{2}$ fl. Futter und Mastung kosten ihm 20 fl. 15 Kr. Die Ausgaben beim Schlachten betragen 1 fl. 36 Kr. Die Schweine wägen $214\frac{1}{2}$ Pfund. Wie hoch kommt ihm das Pfund zu stehen?

9) Ein Geschenk hat unter 25 Arme vertheilt werden sollen, so daß Jeder 5 fl. $18\frac{1}{2}$ Kr. erhalten haben würde; nun aber sollen noch 8 Arme weiter

daran Theil haben; wie viel wird jetzt auf eine Person kommen?

10) Ein Fuhrmann verspricht um einen gewissen Lohn 18 Ctl. Waare 6 Meilen Wegs zu führen; wie weit müßte er um gleichen Lohn 48 Ctl. führen?

11) Eine Elle Tuch kostet im Auslande $5\frac{1}{2}$ fl.; was muß sie im Inlande kosten, wo die Elle größer ist, indem 100 inländische Ellen 107 ausländische machen?

12) 125 Ellen kosten 73 Thlr. 12 Gr. 6 Pf. Was kostet 1 Elle?

13) 6 Ctl. $42\frac{1}{8}$ Pfd. kosten 254 fl. 23 Kr. $2\frac{1}{8}$ Pf. Wie hoch kommt 1 Loth?

14) $7\frac{1}{5}$ Pfund kosten $27\frac{1}{2}$ fl. Was kosten $2\frac{5}{8}$ Pfund?

15) Ein Reisender legt in $3\frac{1}{2}$ Tagen $14\frac{3}{7}$ Meilen zurück; welchen Weg wird er in einer Woche machen?

16) Bei einem Tischler ist eine Arbeit bestellt worden, die in 8 Tagen fertig sein soll; da seine 4 Gesellen aber wenigstens 14 Tage dazu nöthig haben würden, so wird gefragt: wie viele derselben der Meister noch annehmen muß, um das Bestellte in der bestimmten Zeit zu liefern?

17) Wenn für 1150 Soldaten Mundvorrath in einer Festung auf 9 Monate vorhanden ist; wie lange können 850 Soldaten davon erhalten werden?

18) In einer belagerten Festung liegen 8000 Mann Besatzung mit einem Vorrath an Lebensmitteln auf 16 Monate. Nach 4 Monaten entkommen 1800 Mann aus der Festung. Wie lange sind die übrigen noch mit Lebensmitteln versehen?

19) $4\frac{1}{2}$ Ctl. betragen 46 Thlr. 11 Gr. $7\frac{1}{2}$ Pf. Was kosten $7\frac{1}{5}$ Ctl.?

20) Die bairische Elle enthält 369,27 pariser Linien; die preußische aber 295,6 par. Linien. Wie viel Ellen in Preußen betragen demnach 100 bairische Ellen?

21) Für 8 Thlr. 15 Gr. $4\frac{8}{25}$ Pf. erhält man $\frac{4}{5}$ Ctl. Wie viel bekommt man für $6\frac{3}{4}$ Thlr.?

22) Wie viele sächsische und preußische Scheffel Fruchtmaaß gehen auf einen bairischen Scheffel, da der sächsische Scheffel 5416 par. Kubikzoll, der preußische Scheffel 2770,7 par. Kubikzoll und der bairische Scheffel 11209,6 par. Kubikzoll enthält?

23) Man hat 369 Pfd. 31 Loth $3\frac{5}{6}$ Quint mit 1182 fl. 48 Kr. $1\frac{5}{8}$ Pf. bezahlt. Wie hoch kommen hienach 2219 Pfd. 31 Lth. 3 Qt?

24) Wenn $\frac{5}{6}$ Ellen $1\frac{1}{4}$ Thlr. kosten: wie hoch kommt $\frac{1}{2}$ Elle?

25) Eine Gemeinde von 36 Familien erhält 25 Mann zur Einquartirung auf einen Monat, zu 30 Tagen gerechnet. Sie übergibt die Verpflegung der ganzen Mannschaft dem Wirthe, welcher am Ende für die ganze Verpflegung 328 fl. $7\frac{1}{2}$ Kr. verlangt. Man will wissen: 1) wie viel jeden Familienvater am Beitrage trifft; 2) wie viel für jeden Mann auf die ganze Verpflegungszeit gerechnet ist, und 3) wie viel für jeden Mann täglich gerechnet worden ist?

26) Von einer gewissen Anzahl Garn erhält man 78 Ellen $1\frac{1}{4}$ Elle breite Leinewand; wie viel Ellen wird man von dem nämlichen Garn erhalten, wenn sie $1\frac{1}{2}$ Elle breit werden soll?

27) Von einer Waare in Hamburg kosten $3\frac{3}{4}$ Pfd. $6\frac{1}{4}$ Mark. Wie hoch kommen $9\frac{1}{2}$ Pfd.?

28) Wenn in 3 Tagen irgend ein Belagerungswerk durch 150 Mann zu Stande gebracht werden kann: wie viel Mann sind erforderlich, wenn dasselbe in 2 Tagen fertig werden soll?

29) In Hannover kauft Jemand 1 Ctl. irgend einer Waare für 60 Thlr. Wie hoch kommt das Pfd., da der Thlr. 36 Mariengroschen und der Mariengroschen 8 Pfennige hält?

30) In Lübeck sind 112 Ellen um $24\frac{3}{4}$ Mark gekauft worden: wie hoch kommen 30 Ellen?

31) Wenn $42\frac{1}{2}$ Pfd. zu 158 fl. 40 Kr. angeschlagen werden: welches ist der Preis von $205\frac{5}{8}$ Pfd.?

32) Aus einem gewissen Stamm lassen sich 14 Blöcke schneiden, von welchen jeder 5 Fuß 3 Zoll lang ist. Wie viel Blöcke wird man aus dem nämlichen Stamme bekommen, wenn jeder nur 3 Fuß 6 Zoll lang sein soll, den Fuß zu 12 Zoll gerechnet?

33) An einen gewissen Ort sind 100 Klaftern Holz von $3\frac{1}{4}$ Fuß Scheitlänge zu liefern. Da aber gegenwärtig kein anderes Holz als von $3\frac{1}{2}$ Fuß Scheitlänge vorhanden ist, so wird gefragt: wie viel Klaftern von diesem letztern geliefert werden müssen?

34) Wie hoch ist der Ctl. gerechnet, wenn für 2 Loth 3 Groschen verlangt werden?

35) Was kosten 2 Schock und 18 Bündel Reißig zu Baireuth in Gulden und Kreuzern, wenn das Schock für 1 preuß. Thaler und 2 gute Groschen ausgehandelt ist, den preuß. Thaler zu 1 fl. 45 Kr. und den guten Groschen zu 3 Kr. 3 Pfennigen gerechnet?

36) Ein bairischer Scheffel Roggen, aus mehren Versuchen das Mittel genommen, gibt, nach Abzug der Verstaubung beim Mahlen, der Kleien und der Mitze des Müllers zu $\frac{1}{16}$ vom Scheffel, 245 bairische Pfund Mehl, aus welchen der Bäcker 330 Pfd. wohl ausgebackenes Brot liefern kann. Wenn nun dem Bäcker mit Einrechnung aller Unkosten für Holz, Salz, Trinkgeld u. s. w., ferner mit Einrechnung des Mannslohnes, so wie nach Abzug der ihm zu Gute kommenden Kleie, der Scheffel Roggen auf 12 fl. 24 Kr. zu stehen kommt: wie schwer muß ein sogenannter 12 Kreuzerlaib wiegen? — Wenn aber nach anderen Erfahrungen aus dem nämlichen Scheffel nur 316 Pfd. Brot gebacken werden können: wie viel muß dann unter übrigens gleichen Umständen das 12 Kreuzerbrot wiegen?

37) Als der preuß. Scheffel Roggen $2\frac{1}{2}$ Thlr. kostete, wog ein 2 Groschenbrot 2 Pfd. 20 Loth. Wie viel muß es wiegen, wenn der Preis desselben 2 Thlr. ist?

38) Von einer Waare kosten $\frac{7}{8}$ Ellen $\frac{7}{9}$ Thlr. Wie hoch kommen $\frac{3}{4}$ Ellen?

39) Wenn ein Dukaten mit 2 Thlr. $20\frac{3}{4}$ Gr. bezahlt wird: was machen 1000 Dukaten?

40) Jemand hat sich für seine 36 Stück Vieh auf 6 Monate mit Futter versehen. Allein nach 2 Monaten verkauft er 6 Stück davon, und $\frac{2}{3}$ Monate später noch 10 Stück. Nachdem er nun die übrigen Stücke 1 Monat gefüttert hat, kauft er sich wieder 6 Stück Vieh dazu. Wie lange wird er für den jetzigen Viehstand noch Futter haben?

41) Der Preis eines Lothes von einer gewissen Waare ist 2 Kr. 1 Pf. Was kosten nach diesem Preise 12 Pfd. $4\frac{3}{4}$ Loth?

42) Es haben 150 Personen eine Summe Geldes in 48 Tagen verzehrt. In wie viel Zeit werden 120 Personen eben diese Summe bei gleicher Zehrung verbrauchen?

43) Was kosten 5 Mark 7 Unzen, wenn für die Mark (zu 8 Unzen gerechnet) 23 fl. 19 Kr. 2 Pf. bezahlt werden?

44) Ein Stück Feld, das 60 Ruthen lang und 40 Ruthen breit ist, soll gegen ein anderes, das nur 32 Ruthen breit ist, vertauscht werden. Wie lang muß dieses werden, wenn der Inhalt von beiden Feldern gleich bleiben soll?

45) Was kostet eine Sache, die 35 Ruthen 4 Schuh 8 Zoll lang ist, wenn die Ruthe (zu 12 Schuh und der Schuh zu 12 Zoll gerechnet) mit 1 Thlr. $12\frac{1}{2}$ Gr. bezahlt werden soll?

46) Jemand kauft Etwas um 80 Thlr. und verkauft es wieder um 96 Thlr. Wie viel Procent (d. i. an jedem Hundert) hat er gewonnen?

47) Eine gewisse Entfernung wurde nach rheinländischen Fußen, von welchen jeder 139,13 pariser Linien lang ist, gemessen und 125 Fuß lang gefunden. Wie lang wird dieselbe Entfernung nach bairischen Fußen sein, von welchen jeder 129,38 pariser Linien hält?

48) Wenn 1 Bogen zu 12 Patronen erforderlich ist: wie viel Papier hat man zu 100000 Patronen nöthig? wie viel kostet dieses, wenn das Buch mit 1 Gr. 3 Pf. bezahlt wird? und wie viel Pulver ist

zu jenen 100000 Patronen nöthig, wenn jede Patrone mit 2 Loth Pulver gefüllt wird?

49) Einer Haushälterin wurden 25 fl. zum Einkauf verschiedener Lebensmittel übergeben; davon kaufte sie $13\frac{1}{2}$ Pfd. Schmalz, das Pfd. zu $19\frac{1}{2}$ Kr.; $3\frac{1}{2}$ Hundert Aepfel, zu 40 Kr.; $9\frac{3}{4}$ Pfd. Kalbfleisch zu 7 Kr.; $3\frac{1}{4}$ Pfd. Rindfleisch zu $7\frac{1}{2}$ Kr.; 7 junge Hühner, zu $14\frac{1}{2}$ Kr.; $3\frac{1}{4}$ Pfd. Kaffee, zu $52\frac{1}{2}$ Kr.; $1\frac{1}{2}$ Loth Safran zu 50 Kr.; 2 Metzen Salz, zu $1\frac{2}{3}$ fl.; 3 Schinken, welche wogen $19\frac{1}{2}$ Pfd., das Pfd. zu $12\frac{1}{2}$ Kr.; 1 Pfd. $2\frac{1}{2}$ Vierling Butter, das Pfd. zu 18 Kr.; 3 Pfd. $2\frac{1}{2}$ Vierling Zucker, das Pfd. zu 48 Kr. Wie viel hatte nun die Haushälterin ausgegeben?

50) Wenn die köllnische Mark fein Silber in Rußland zu 13 Silberrubeln, in Spanien zu $193\frac{1}{2}$ Realen de Vellon, in London zu $42\frac{1}{2}$ Schilling, in Hamburg zu 34 Mark, in Preußen zu 14 Thalern, in Sachsen zu $13\frac{1}{3}$ Thalern, in Wien zu 20 Gulden, und in Baiern zu 24 Gulden ausgeprägt wird: was ist demnach 1 Silberrubel, 1 Real de Vellon, 1 englischer Schilling, 1 hamburger Mark und 1 hamburger Schilling, von denen 16 auf eine Mark gehen, 1 preußischer Thaler, 1 sächsischer Thaler, und endlich 1 wiener Gulden in Baiern werth?

Anmerk. Eben so kann man fragen, was in Preußen oder in Sachsen oder in Hamburg u. s. w. jede andere ausländische Münze werth ist. Der Ansatz für obige erste Frage ist

$$13 \text{ Rubel} : 1 \text{ Rubel} = 24 \text{ fl.} : x \text{ fl.}$$

Auf ähnliche Weise wird der Ansatz für alle solche Fragen gemacht.

§. 125. Nun muß man auch begreifen, daß die **Zinsrechnung** keine besondere Rechnungsart ist,

sondern zur Proportionsrechnung gehört, weil die Zinsen nach dem Verhältnisse der Kapitalien steigen und fallen. Dabei ist nur zu bemerken, daß zuweilen ein Glied in der Angabe zu fehlen scheint; aber in dem Ausdrucke „Procent" versteckt liegt. Denn z. B. 5 Procent bedeutet: jedes Hundert wirft 5 ab. Wir wollen die vorkommenden Fälle in einzelnen Beispielen darstellen.

1) Was betragen 2324 Thlr. 12 Gr. zu 4 Procent an Zinsen in einem Jahr? — Da 4 Procent bedeutet: 100 werfen 4 jährlich ab, so ist der Ansatz

100 Thlr. Kap. : $2324\frac{1}{2}$ Thlr. Kap. = 4 Thlr. Zinsen : x Thlr. Zinsen

und $x = \frac{2324\frac{1}{2} \times 4}{100} = 52\frac{98}{100}$ Thlr. = 52 Thlr. 23 Gr. $6\frac{6}{25}$ Pf.

2) Wie groß muß das Kapital sein, welches bei 5 Procent jährlich 400 fl. abwerfen soll? — Hier ist

$5 : 400 = 100 : x$

und $x = \frac{400 \times 100}{5} = 8000$ fl.

3) Von 7800 Mark Kapital wurden 234 Mark Zinsen eingenommen: wie groß ist der Zinsfuß d. h. wie hoch oder zu wie viel Procent ist dieß Kapital angelegt? — Es ist

$7800 : 100 = 234 : x$

und $x = \frac{100 \times 234}{7800} = 3$ Procent d. h. obiges Kapital ist nur zu 3 Procent ausgeliehen.

4) Wie viel betragen 3000 fl. zu $4\frac{1}{2}$ Procent an Kapital und Zinsen zusammen in einem Jahre? — Man darf nur, wie bisher, die Zinsen berechnen, und sie zum Kapital addiren; die Summe gibt die ver-

langte Antwort. Allein man kann auch die Sache mit einem eigenen Ansatz abmachen, nämlich offenbar mit folgendem:

$$100 : 104\frac{1}{2} = 3000 : x$$

und $x = \frac{104\frac{1}{2} \times 3000}{100} = 3135$ fl.

5) Ein zu 4 Procent angelegtes Kapital wird nach einem Jahre mit den Zinsen zurückbezahlt und im Ganzen 5200 Thlr. bezahlt. Wie groß ist das reine Kapital? — Der richtige Ansatz ist offenbar

$$104 : 100 = 5200 : x$$

und $x = \frac{100 \times 5200}{104} = 5000$ Thlr. reines Kapital.

6) Ein Kapital von 2400 Thlr. wird nach einem Jahre wieder zurückgezahlt. Für das Kapital und die fallenden Zinsen wird die Summe von 2484 Thlr. gezahlt. Wie groß ist der Zinsfuß oder zu wie viel Procent stand es aus? — Die fallenden Zinsen sind offenbar 2484 — 2400 = 84 Thlr. Darum ist der Ansatz

$$2400 : 100 = 84 : x$$

und $x = \frac{100 \times 84}{2400} = 3\frac{1}{2}$ Procent.

7) Zwei Kapitalien, das eine von 750 Thlr. und das andere zu 1000 Thlr., sind zu gleichen Procenten ausgeliehen. Wenn nun das erste 30 Thlr. Zinsen getragen hat: wie viel muß das andere an Zinsen tragen? — Hier ist

$$750 : 1000 = 30 : x$$

und $x = \frac{1000 \times 30}{750} = 40$ Thlr. Zinsen.

8) Wie viel Jahre müssen 900 fl. ausstehen, um so viele Zinsen zu tragen, als 600 fl. in 5 Jahren eingebracht haben? — Hier ist

$$900 : 600 = 5 \text{ Jahre} : x \text{ Jahren}$$

und $x = \frac{600 \times 5}{900} = 3\frac{1}{3}$ Jahre.

9) Zu wie viel Procent müssen 1200 Thlr. ausgeliehen werden, damit sie eben so viele Zinsen tragen, als 1350 Thlr. zu 4 Procent? — Der richtige Ansatz ist

$$1200 : 1350 = 4 \text{ Procent} : x$$

und $x = \frac{1350 \times 4}{1200} = 4\frac{1}{2}$ Procent.

10) Von einem gewissen Kapital, das zu 5 Procent ausgeliehen ist, hat man jährlich eine bestimmte Summe an Zinsen zu beziehen. Da aber der Zinsfuß auf 4 Procent herabgesetzt wurde, so wird gefragt: wie lange es nun dauern wird, bis die nämliche Summe an Zinsen eingehen wird? — Hier ist

$$4 : 5 = 1 \text{ Jahr} : x \text{ Jahren}$$

und $x = \frac{5 \times 1}{4} = 1\frac{1}{4}$ Jahr = 1 Jahr 3 Monate.

11) Wie groß muß ein Kapital sein, um davon zu 6 Procent in gleicher Zeit so viel Zinsen einzunehmen, als man von 3000 Mark Kapital zu $4\frac{1}{2}$ Procent erhält? — Es ist

$$6 : 4\frac{1}{2} = 3000 : x$$

und $x = \frac{4\frac{1}{2} \times 3000}{6} = 2250$ Mark.

12) Ein Kapital von 6800 Thalern wirft jährlich eine gewisse Summe an Zinsen ab. Wenn man nun eben diese Summe alle 8 Monate beziehen will: welch' Kapital gehört dazu? — Hier ist

$$8 \text{ Monate} : 12 \text{ Monaten} = 6800 \text{ Thlr.} : x \text{ Thlr.}$$

und $x = \frac{12 \times 6800}{8} = 10200$ Thlr.

§. 126. Zur eigenen Uebung mögen noch folgende Beispiele dienen:

1) Es sind 1780 Thlr. 15 Silbergroschen zu 4 Procent ausgeliehen. Wie groß sind die jährlichen Zinsen davon?

2) Wie groß muß das Kapital sein, welches bei $3\frac{1}{2}$ Procent jährlich 500 Mark Zinsen tragen soll?

3) Ein Kapital von 2547 fl. 30 Kr. hat in einem Jahr 127 fl. 22 Kr. 1 Pfennig Zinsen eingetragen. Wie groß ist der Zinsfuß?

4) Von 100 Thalern, welche zu 4 Procent ausstehen, sind 2 Thlr. 14 Gr. 8 Pfennige Zinsen abbezahlt worden: für wie viel Zeit reicht diese Zinszahlung?

5) Von einer Wiese bezieht Jemand jährlich 60 Thlr. Pachtgeld. Zu wie viel Kapital benutzt sich dieselbe, wenn dieses Pachtgeld als Zinsen zu 5 Procent gerechnet wird?

6) Von einem gewissen Kapital hat man in $1\frac{1}{2}$ Jahren 420 fl. Zinsen eingenommen. Wie groß werden von dem nämlichen Kapital die Zinsen in $3\frac{1}{4}$ Jahren sein?

§. 127. Man hüte sich, Gegenstände nach der Proportionsrechnung behandeln zu wollen, die entweder gar nicht oder wenigstens nicht in gleichem geometrischen Verhältniß zu einander stehen. Wenn man z. B. eine Meile Weges mit 2 Pferden in 1 Stunde zurücklegen kann, so kann man darum denselben Weg mit 8 Pferden nicht in $\frac{1}{4}$ Stunde machen. Aus einem ganz mit Wasser angefüllten Gefäße, das unten mit einem kleinen Loch versehen ist, fließt das Wasser anfangs schneller als später.

Körper, welche frei fallen, erhalten in den folgenden Zeiten eine immer größere Geschwindigkeit.

II. Regel de Quinque, de Septem u. s. w. oder zusammengesetzte Proportionsrechnung.

§. 128. Wenn eine Größe von den Werthen mehrer Größen abhängt, jedoch so, daß ein gleiches geometrisches Verhältniß unter ihnen Statt findet: so wird jene Größe durch diejenige Rechnungsart gefunden, welche unter dem Namen der zusammengesetzten Regel de Tri oder Regel de Quinque, de Septem, de Novem u. s. w. bekannt ist. Diese Benennung kommt daher, daß die unbekannte Zahl oder Größe aus 5 oder 7 oder 9 u. s. w. bekannten und gegebenen Zahlen gesucht wird. Das Verfahren dabei ist folgendes: Diejenige Größe, welche mit der zu suchenden gleichartig ist, kommt in das dritte Glied zu stehen, und in das erste und zweite Glied werden unter einander die übrigen gegebenen Verhältnisse nach den nämlichen Grundsätzen gebracht, welche bei der Regel de Tri entwickelt und aufgestellt worden sind. Beispiele:

1) Es haben 60 Maurer 36 Ruthen an einer Mauer in 24 Stunden gemacht. Wie viel Ruthen werden 90 Maurer in 72 Stunden bei gleichem Fleiße zu Stande bringen? — Je mehr Arbeiter, desto mehr Arbeit; und je mehr Zeit, desto mehr Arbeit; demnach ist der richtige Ansatz:

$$\left.\begin{matrix} 60 : 90 \\ 24 : 72 \end{matrix}\right\} = 36 \text{ Ruthen} : x \text{ Ruthen}.$$

Nach §. 114. erhält man, indem man die ersten

Glieder, und eben so die zweiten Glieder mit einander multiplicirt folgenden Ansatz:

$$60 \times 24 : 90 \times 72 = 36 : x$$

oder $1440 : 6480 = 36 : x$

und $x = \frac{6480 \times 36}{1440} = 162$ Ruthen.

Aber nach §. 111—113. kann man hier bedeutende Abkürzungen machen, so daß der einfache Satz übrig bleibt

$$1 : 9 \times 3 = 6 : x$$

oder $1 : 27 = 6 : x$

und $x = 27 \times 6 = 162$ Ruthen, wie vorhin.

2) Wenn der Weber aus 16 Pfd. Garn 64 Ellen 6 Viertel breite Leinwand verfertigt: wie viel Ellen muß er aus 42 Pfd. Garn verfertigen, da die Breite 7 Viertel betragen soll? — Je mehr Garn, desto mehr Ellen Leinwand; je breiter, desto weniger. Darum findet folgender Ansatz Statt:

$$\left.\begin{matrix} 16 : 42 \\ 7 : 6 \end{matrix}\right\} = 64 \text{ Ellen} : x \text{ Ellen}$$

oder $16 \times 7 : 42 \times 6 = 64 : x$

oder $1 : 36 = 4 : x$

und $x = 144$ Ellen.

Diese 144 Ellen wird man auch finden, wenn man ohne Abkürzung rechnet; denn auch

$$\frac{42 \times 6 \times 64}{16 \times 7} = 144.$$

3) Ein Gebäude von 10 Fuß Länge, $8\frac{1}{4}$ Fuß Höhe und $6\frac{1}{2}$ Fuß Breite soll laut Anschlags 480 Thlr. kosten. Nun will man nach demselben Anschlag ein Gebäude 39 Fuß lang, 16 Fuß hoch und 11 Fuß breit aufführen lassen: wie hoch wird dasselbe ver-

hältnißmäßig zu stehen kommen? — Da hier lauter gerade Verhältnisse sind, so ist der Ansatz

$$\left.\begin{array}{r} 10 : 39 \\ 8\frac{1}{4} : 16 \\ 6\frac{1}{2} : 11 \end{array}\right\} = 480 \text{ Thlr.} : x \text{ Thlr.}$$

und x = 6144 Thlr., man mag mit oder ohne Abkürzung rechnen.

4) Wenn 20 Arbeiter, welche täglich 8 Stunden arbeiten, in 4 Wochen einen Damm von 300 Fuß lang fertig machen: in wie viel Wochen werden 16 Arbeiter, die täglich 12 Stunden an der Arbeit sind, mit einem Damm von 600 Fuß fertig? — Die 300 und 600 Fuß stehen offenbar in geradem, die andern Größen aber in umgekehrtem Verhältnisse; demnach

$$\left.\begin{array}{r} 16 : 20 \\ 12 : 8 \\ 300 : 600 \end{array}\right\} = 4 \text{ Wochen} : x \text{ Wochen}$$

und $x = 6\frac{2}{3}$ Wochen, oder, wenn man die Woche zu 6 Arbeitstagen rechnet, x = 6 Wochen 4 Tage.

5) Es verfertigen 14 Leinweber, die täglich 10 Stunden, aber wöchentlich nur 3 Tage arbeiten, in 5 Wochen 50 Stücke Leinwand. Wie viel Leinweber werden erfordert, um 120 Stücke zu machen, wenn sie in 3 Wochen fertig sein sollen, täglich 12 Stunden und wöchentlich 4 Tage arbeiten? — Hier ist nur das Verhältniß zwischen den Arbeitern und ihrer Arbeit ein gerades, alle übrigen sind umgekehrte. Demnach ist der Ansatz:

$$\left.\begin{array}{r} 50 : 120 \\ 3 : 5 \\ 4 : 3 \\ 12 : 10 \end{array}\right\} = 14 : x$$

und x = 35 Leinweber.

6) Eine Mauer, welche 1 Fuß dick, 80 Fuß lang und $6\frac{1}{4}$ Fuß hoch ist, kann von 12 Maurern, wenn sie täglich 10 Stunden arbeiten, in 8 Tagen gemacht werden. Wie viel Tage werden zu einer Mauer, welche $1\frac{1}{2}$ Fuß dick, 200 Fuß lang und $6\frac{1}{2}$ Fuß hoch werden soll, 30 Maurer brauchen, die täglich 12 Stunden arbeiten? — Der Ansatz ist:

$$\left.\begin{array}{rcr} 1 & : & 1\frac{1}{2} \\ 80 & : & 200 \\ 6\frac{1}{4} & : & 6\frac{1}{2} \\ 30 & : & 12 \\ 12 & : & 10 \end{array}\right\} = 8 : x$$

und $x = 10\frac{2}{5}$ Tage.

§. 129. Folgende Beispiele mögen zur eigenen Uebung dienen:

1) An einem Walle haben 200 Soldaten gearbeitet und in 8 Tagen 1200 Ruthen daran verfertigt. Wie viel Ruthen werden 350 Soldaten an eben diesem Walle in 24 Tagen fertig bringen?

2) Wenn 20 Arbeiter in 10 Tagen 190 Klafter Holz schlagen können: wie viel Zeit wird erfordert, wenn 80 Arbeiter 275 Klafter schlagen sollen?

3) Wenn der berliner Scheffel Roggen 20 Gr. gilt, so wiegt ein 2 Gr. Brot 6 Pfund. Wie viel muß ein 3 Gr. Brot wiegen, wenn der Scheffel 1 Thlr. 8 Gr. gilt?

4) Ein Fuhrmann erhält für 16 Ctl. auf 28 Meilen 40 Thlr.; wie viel wird er für 25 Ctl. auf 35 Meilen bekommen?

5) In 2 Tagen pflügen 2 Arbeiter 13 Morgen Land, wenn sie täglich 8 Stunden arbeiten; wie viel Arbeiter gehören dazu, wenn sie in 7 Tagen

200 Morgen pflügen und täglich 10 Stunden arbeiten sollen?

6) In wie viel Wochen werden 24 Arbeiter, die täglich 12 Stunden an der Arbeit sind, einen Damm von 400 Fuß Länge, 5 Fuß Höhe und 6 Fuß Breite fertig bringen, wenn 20 Arbeiter bei täglich 8stündiger Arbeit in 4 Wochen einen Damm von 300 Fuß Länge, 6 Fuß Höhe und 8 Fuß Breite fertig machen?

7) Wenn der Metzen Roggen mit dem Umgelde 1 fl. 45 Kr. kostet, so wieget ein 6 Kreuzerbrot 2 Pfd. 6 Loth; wie viel muß ein 9 Kreuzerbrot wiegen, wenn der Metzen Roggen mit 2 fl. bezahlt wird?

8) Von 15 Arbeitern sind in 5 Wochen 200 Klaftern Holz geschlagen worden, indem sie wöchentlich 4 Tage und täglich 8 Stunden gearbeitet haben. Nun will man zur Abschlagung eines andern Holzes 32 Arbeiter auf 7 Wochen annehmen, die wöchentlich 6 Tage und täglich 2 Stunden mehr als die ersten arbeiten sollen. Wie viele Klaftern werden sie in dieser Zeit fällen?

9) Es haben 14 Arbeiter in 4 Wochen bei einer täglichen Arbeit von 8 Stunden einen Graben 120 Fuß lang, 6 Fuß breit und $3\frac{1}{2}$ Fuß tief gegraben. Nun soll ein anderer Graben gezogen werden, 315 Fuß lang, 9 Fuß breit und $4\frac{1}{2}$ Fuß tief, der in 12 Wochen fertig sein soll. Wie viele Arbeiter sind bei täglicher Arbeit von 9 Stunden hiezu erforderlich?

10) Von 750 fl. Kapital sind in $5\frac{1}{2}$ Monaten 15 fl. 28 Kr. $\frac{1}{2}$ Pf. Zinsen eingegangen. Es ist die Frage: zu wie viel Procent auf das Jahr obiges Kapital ausgeliehen war?

11) Eine Festung ist auf 15 Monate mit Le-

bensmitteln für 3000 Mann versehen, wenn jedem Mann täglich 3 Pfd. gereicht werden. Nach 7 Monaten erhält sie 400 Mann Verstärkung und den Befehl, mit den noch übrigen Lebensmitteln 10 Monate auszureichen. Wie viel darf jetzt jedem Mann täglich gereicht werden?

12) Eine Mauer, welche 1 Fuß dick, 4 Fuß hoch und 30 Fuß lang ist, können 6 Maurer bei 12 Stunden täglicher Arbeit in 5 Tagen fertig machen, wenn sie täglich 620 Ziegelsteine setzen. Nun ist die Frage: in wie viel Tagen wird eine andere Mauer fertig werden, welche 2 Fuß dick, 6 Fuß hoch und 60 Fuß lang werden soll, wozu 12 Maurer genommen werden, die täglich nur 10 Stunden arbeiten und täglich 1000 Ziegelsteine setzen?

13) An einem Bau haben 10 Maurer 8 Wochen (zu 6 Arbeitstagen gerechnet) und 4 Tage, 7 Zimmerleute 5 Wochen und 2 Tage, und 3 Handlanger 6 Wochen und 1 Tag gearbeitet. Nun bekommt jeder Maurer täglich 24 Kr., jeder Zimmermann täglich 26¼ Kr. und jeder Handlanger täglich 17½ Kr. Was hat der Bauherr im Ganzen zu zahlen?

14) Wenn ein Schuhmacher sich in einer Woche 1 fl. 45 Kr. und 1 Kleidermacher 48 Kr. verdient: in wie viel Wochen können 24 Schuhmacher so viel verdienen als 42 Kleidermacher in 15 Wochen?

15) Man hatte einen Vertrag geschlossen, nach welchem 12 Arbeiter 800 Thlr. erhalten sollten, um dafür 16 Wochen und täglich 8 Stunden zu arbeiten. Wie viel hat man aber zu zahlen, wenn 20 Arbeiter 9 Wochen lang, und täglich 10 Stunden arbeiten?

16) Wenn das Pfund Garn 3⅞ Ellen 1½ Ellen

breites Tuch gibt: wie viel Pfund von dem nämlichen Garn muß man zu $232\frac{1}{2}$ Ellen $1\frac{3}{4}$ Ellen breites Tuch haben?

17) Einen Saal zu belegen, welcher $6\frac{1}{2}$ Ruthen lang und $3\frac{3}{4}$ Ruthen breit ist, hat man 256 Bretter, jedes 13 Schuh lang und $1\frac{5}{8}$ Schuh breit, gebraucht. Wie viele Bretter, jedes 16 Schuh lang und $1\frac{1}{2}$ Schuh breit, wird man zu einem andern Saale brauchen, der 9 Ruthen lang und 5 Ruthen breit ist?

18) 3640 Soldaten können mit einem gewissen Vorrath $7\frac{1}{2}$ Monate lang erhalten werden, wenn man einem jeden täglich 2 Pfund gibt. Wie viel Mann können, wenn man einem jeden täglich $\frac{1}{4}$ Pfund weniger gibt, 13 Monate lang erhalten werden?

19) Wenn 6 Stämme Holz, deren jeder 10 Fuß lang 3 Fuß breit und 2 Fuß dick ist, 6 Thlr. kosten: was kosten 15 Stämme, jeder 8 Fuß lang, $3\frac{1}{2}$ Fuß breit und 3 Fuß dick?

20) Wie viele Waizengarben mögen auf einem Acker stehen, der 4860 Fuß lang und 336 Fuß breit ist, da auf einem viereckigen Platze desselben, der 36 Fuß lang und 30 Fuß breit ist, 15 Garben gebunden werden?

21) An einen Ort sollen 5400 Klaftern Holz, $4\frac{2}{3}$ Fuß lang und $6\frac{1}{4}$ Fuß breit und hoch, geliefert werden. Nun hat man gegenwärtig nur Holz vorräthig, von welchem die Klafter $4\frac{1}{2}$ Fuß lang und 6 Fuß breit und hoch ist. Wie viel Klaftern müssen von diesem Holze geliefert werden, damit gegenseitig kein Verlust entstehe?

22) Wenn in Preußen der Scheffel Roggen mit dem Umgelde $2\frac{1}{2}$ Thlr. kostet, so wieget ein Zweigroschenbrot 2 Pfund 6 Loth. Wie viel muß ein

Dreigroschenbrot wiegen, wenn der Scheffel Roggen mit 3 Thlr. bezahlt wird?

23) Was kosten 24 Bremer Pfund im Golde, wenn 16 Pfund zu Hannover 7 Rthlr. im Kassengelde kosten, dieses aber sich zum Golde verhält wie 15 zu 14 und überdieß die Gewichte in Hannover und Bremen sich wie 1013 zu 1038 verhalten?

24) Ein gewisser Vorrath an Getreide reicht für 2000 Mann auf 60 Tage hin, wenn der Mann täglich 2 Pfund Brot erhält. Wie lange werden 1500 Mann damit ausreichen, wenn dem Manne täglich $2\frac{1}{4}$ Pfund gereichet werden?

25) Wenn 18 Weber in 10 Wochen 108 Stück 30 Ellen lange und $2\frac{1}{2}$ Ellen breite Leinwand verfertigen, indem sie wöchentlich 6 Tage und täglich 12 Stunden arbeiten: wie viele Weber sind nöthig, um in 4 Wochen 20 Stück, jedes 25 Ellen lang und $1\frac{1}{4}$ Ellen breit, zu verfertigen, wenn sie wöchentlich 5 Tage und täglich 10 Stunden arbeiten?

§. 130. Wenn in der Zinsrechnung die Antwort von mehren Verhältnissen abhängt, so heißt sie die zusammengesetzte Zinsrechnung (im Gegensatze der einfachen, welche §. 125. abgehandelt wurde) und gehört ganz zur zusammengesetzten Proportionsrechnung, weßhalb sie auch ihren Grundsätzen folgt, wie nachstehende Beispiele lehren werden:

1) Wenn ein Kapital von 3200 fl. zu 5 Procent ausgeliehen ist: wie viel betragen die Zinsen nach $2\frac{1}{2}$ Jahren? — Der Ansatz ist offenbar

$$\left.\begin{array}{l} 100 \text{ fl.} : 3200 \text{ fl.} \\ 1 \text{ Jahr} : 2\frac{1}{2} \text{ Jahren} \end{array}\right\} = 5 \text{ fl. Zins.} : x \text{ fl. Zins.}$$

und $x = \frac{3200 \times 2\frac{1}{2} \times 5}{100 \times 1} = 400$ fl.

2) Wie hoch belaufen sich die Zinsen zu 4 Pro-

cent von 2000 Thlrn. in 6 Jahren, wenn die Zinsen zu 5 Procent von 2600 Thlrn. in 10 Jahren 1300 Thlr. betragen? — Hier ist

$$\left.\begin{matrix} 5 : 4 \\ 2600 : 2000 \\ 10 : 6 \end{matrix}\right\} = 1300 : x$$

und $x = \frac{4 \times 2000 \times 6 \times 1300}{5 \times 2600 \times 10} = 480$ Thlr.

3) 800 Thlr. trugen in 9 Monaten 24 Thlr. Zinsen: zu wie viel Procent waren dieselben ausgeliehen? — Es ist hier

$$\left.\begin{matrix} 800 : 100 \\ 9 : 12 \end{matrix}\right\} = 24 : x$$

und $x = \frac{100 \times 12 \times 24}{800 \times 9} = 4$ Procent.

4) Wie lange dauert es, bis ein Kapital von 800 Mark zu $4\frac{1}{2}$ Procent auf 1016 Mark anwächst? — Das Kapital von 800 Mark muß, um auf 1016 Mark zu steigen, 216 Mark Zinsen tragen; demnach

$$\left.\begin{matrix} 4\frac{1}{2} : 216 \\ 800 : 100 \end{matrix}\right\} = 1 \text{ Jahr} : x$$

und $x = \frac{216 \times 100 \times 1}{4\frac{1}{2} \times 800} = 6$ Jahre.

5) Nach 8 Jahren ist Jemand 1224 Thlr. ohne Zinsen zu zahlen schuldig. Er will dieselben sogleich mit 900 Thlr. tilgen, indem er rechnet, daß sein Gläubiger durch Ausleihung der 900 Thlr. in 8 Jahren so viele Zinsen erhält, daß diese mit den 900 Thlr. obige Summe von 1224 Thlr. betragen. Wie hoch hat er den Zinsfuß gerechnet? — Offenbar müssen die 900 Thlr. in 8 Jahren 324 Thlr. Zinsen einbringen. Demnach ist

$$\left.\begin{matrix} 900 : 100 \\ 8 : 1 \end{matrix}\right\} = 324 : x$$

und $x = \frac{100 \times 1 \times 324}{900 \times 8} = 4\frac{1}{2}$ Procent.

6) Wie groß muß das Kapital sein, welches, zu 5 Procent ausgeliehen, in $4\frac{1}{2}$ Jahren 900 fl. Zinsen einbringen soll? — Hier ist

$$\left.\begin{matrix} 5 : 900 \\ 4\frac{1}{2} : 1 \end{matrix}\right\} = 100 \text{ fl. Kapital} : x$$

und x = 4000 fl.

7) Am 10. Junius 1832 wurden 1400 Thlr. zu $3\frac{1}{2}$ Procent ausgeliehen und am 9. April 1833 wieder zurückgezahlt. Wie viel betragen die Zinsen?

$$\left.\begin{matrix} 100 : 1400 \\ 12 : 10 \end{matrix}\right\} = 3\frac{1}{2} : x$$

und x = 40 Thlr. 20 Gr. oder 40 Thlr. 25 Silbergroschen.

§. 131. Noch folgen einige Beispiele zur eigenen Uebung:

1) Was betragen die Zinsen von 975 fl. (oder Thlrn. oder Marken) in 3 Jahren $5\frac{4}{5}$ Monaten bei 5 Procent?

2) Wie lange muß ein Kapital von 650 Thlr. bei 6 Procent ausstehen, um 312 Thlr. Zinsen zu tragen?

3) Wie groß muß das Kapital sein, welches bei 4 Procent in 3 Jahren 4 Monaten 340 Thlr. (Mark oder Gulden) Zinsen tragen soll?

4) Von einem Kapital, das zu 4 Procent ausgeliehen ist, erhält man in $1\frac{1}{2}$ Jahren 72 Thlr. Zu wie viel Procent muß dasselbe ausgeliehen werden, damit es in 1 Jahre 54 Thlr. Zinsen eintrage?

5) Zu wie viel Procent war ein Kapital von

6000 Thlrn. ausgeliehen, von welchem man in 8 Jahren 2160 Thlr. Zinsen erhalten hat?

6) Es waren 200 fl. zu 4 Procent 3 Jahre, 1400 fl. zu 5 Procent 2 Jahre und 2200 fl. zu $4\frac{1}{2}$ Procent 4 Jahre ausgeliehen. Wie viel betragen die Zinsen?

III. Kettenregel.

§. 132. Es gibt Aufgaben, in welchen das Verhältniß zweier Größen nicht unmittelbar bekannt ist, sondern erst durch gegebene Zwischenverhältnisse bestimmt werden muß. Die Rechnungsweise, worin dieß geschieht, heißt die Kettenregel. Sie hat ihren Namen von der Art, wie die Größen zusammengestellt werden. Man vertauscht nämlich nach derselben eine Gattung von Größen folgeweise gegen eine andere, bis man auf diejenige kommt, nach welcher gefragt wird. Sie wird bei solchen Größen gebraucht, welche in geradem Verhältniß zu einander stehen, namentlich bei der Vergleichung von Maaßen, Gewichten, Münzen, bei der Vertauschung von Waaren und Geld, wohin auch Gold und Silber als Waaren gehören, bei Angabe des Gewinnstes, und Verlustes u. s. w.

Gemeiniglich werden hier die Proportionen als gleiche Produkte angegeben, z. B. 5 sächsische Thaler betragen 9 Gulden rhn. (5 sächs. Thlr. = 9 fl. rhn.); nicht so häufig in der Gestalt einer Proportion, als: der sächs. Thaler verhält sich Gulden rhn. wie 9 zu 5 (1 sächs. Thlr. : 1 rhn. fl. = 9 : 5); wiewohl beide Angaben dem Wesen nach einerlei sind (§. 106. 107.). Einfacher aber und bequemer sind die Gleichungssätze. Deßhalb zieht man diese in der

Angabe und in dem Ansatze vor. Z. B. Wenn 5 Konventionsthaler 12 Gulden rhn. betragen, 1 Louisd'or 9 fl. rhn. werth ist, 7 fl. Kassengeld 1 Louisd'or gelten und 3 fl. Kassengeld 2 Thalern hannövrisch am Werthe gleichen: wie viel betragen dann 200 Konventionsthaler in hannöverischen Thalern Kassenmünze?

Was nun den Ansatz in und nach der Kettenregel betrifft, so wird oben linker Hand die zu suchende unbekannte Zahl gesetzt, und ihr gegenüber die Fragezahl d. h. diejenige Zahl, von welcher man Etwas wissen will. Darunter setzt man die übrigen Vergleichungssätze so, daß zur Linken immer diejenige Zahl oder Größe zu stehen kommt, welche mit der nächstvorhergehenden zur Rechten geschriebenen Zahl gleichartig ist, und zur Rechten diejenige, welche mit ihr als gleich verbunden ist. Auf diese Weise wird mit allen gegebenen Vergleichungssätzen fortgefahren, bis man zur Rechten auf diejenige Größe kommt, welche mit der zu suchenden gleichartig ist. Sind noch Spesen oder Unkosten, ferner Gewinn und Verlust, welche gemeiniglich nach Procenten berechnet werden, angegeben, so werden sie gleichfalls in Ansatz gebracht. Nun werden die Zahlen in jeder Reihe für sich multiplicirt und mit dem Produkte linker Hand in das Produkt rechter Hand dividirt. Der Quotient gibt die gesuchte Zahl. Daß man auch hier zur Abkürzung der Rechnung in beiden Reihen gleichgroße Zahlen oder Faktoren gegenseitig durch die Division aufheben und ausstreichen könne, wird ein Jeder leicht begreifen. Nach diesen Vorschriften wird nun obige Aufgabe also angesetzt und berechnet:

x hannöv. Thlr.	=	200 Konv. Thlr.
5 Konv. Thlr.	=	12 fl. rhn.
9 fl. rhn.	=	1 Louisd'or
1 Louisd'or	=	7 fl. Kassenmünze
3 fl. Kass.	=	2 hannöv. Thlr.

$$x \cdot 5 \cdot 9 \cdot 1 \cdot 2 = 200 \cdot 12 \cdot 1 \cdot 7 \cdot 2$$

und $x = \frac{200 \cdot 12 \cdot 1 \cdot 7 \cdot 2}{5 \cdot 9 \cdot 1 \cdot 3} = 248\frac{8}{9}$

d. h. 200 Konventionsthaler machen $248\frac{8}{9}$ hannövrische Thaler.

Man hätte aber auch gleich Anfangs wirklich multipliciren können; dann kommt

$$x = \frac{33600}{135} = 248\tfrac{8}{9} \text{ hannövr. Thlr.}$$

Auch konnte man 5 in 200 und 3 in 12 aufgehen lassen; dann ist einfacher

$$x = \frac{2240}{9} = 248\tfrac{8}{9} \text{ hannövr. Thlr.}$$

Nach der Angabe und dem Ansatze von Proportionen sieht die Rechnung also aus:

Konv. Thlr. : rhn. fl.	=	12 : 5
rhein. fl. : Louisd'or	=	1 : 9
Louisd'or : fl. Kassengeld	=	7 : 1
fl. Kassengeld : hann. Thlr.	=	2 : 3

Konv. Thlr. : hann. Thlr. = 12.1.7.2:5.9.1.3

und 1 Konv. Thlr. $= \frac{12 \cdot 1 \cdot 7 \cdot 2}{5 \cdot 9 \cdot 1 \cdot 3}$

folglich 200 Konv. Thlr. $= 200 \cdot \frac{12 \cdot 1 \cdot 7 \cdot 2}{5 \cdot 9 \cdot 1 \cdot 3} =$ $248\frac{8}{9}$ hannövr. Thlr.

§. 133. Nun wird man ohne Anstand von folgenden Aufgaben Ansatz und Berechnung begreifen; wenn nur noch bemerkt wird, daß man statt

der sämmtlichen Gleichheitszeichen (=) der Kürze wegen einen senkrechten Strich eingeführt hat.

1) Wenn 3 Ellen 25 fl. Bankogeld kosten und 6 fl. Banko 7 fl. Kurant sind: was kosten 36 Ellen in Gulden Kurant?

x fl. Kurant	36 Ellen
3 Ellen	25 fl. Bank.
6 fl. Bk.	7 fl. Kurant

x = 350 fl. Kurant.

2) Man nimmt an, daß 2 fl. holländ. Kurant 1 Thlr. in Leipzig ausmachen, ingleichen, daß 84 brabanter Ellen 100 leipziger Ellen gleich sind. Wenn nun 65 brab. Ellen 593 fl. holl. Kur. kosten: wie hoch kommt in Leipzig die Elle?

x Thlr. Leipz.	1 Elle Leipz.
100 leipz. Ellen	84 brab. Ellen
65 brab. Ellen	593 fl. holl. Kur.
2 fl. holl. Kur.	1 Thlr. Leipz.

x = $3\frac{2703}{3250}$ Thlr. oder 3 Thlr. 19 Gr. $11\frac{857}{1625}$ Pf.

3) Jemand kauft in Hamburg einen Wechsel von 400 Dukaten und reiset damit nach Königsberg. Wie viel Gulden polnisch wird man ihm dafür zahlen, wenn der Dukaten in Hamburg 1 Procent besser als Banko, und der Kurs zwischen Hamburg und Königsberg 156 Groschen polnisch ist? — Der Dukaten 1 Procent besser als Banko heißt: man rechnet 101 Thlr. Banko anstatt 100 Thlr. Bk., welche man gegen Dukaten wechselt. Da nun 1 Dukaten gewöhnlich zu 2 Thlr. Banko gerechnet wird, folglich 50 Dukaten = 100 Thlr. Banko sind, so rechnet man doch 50 Dukaten zu 101 Thlr. Banko. Der Kurs zwischen Hamburg und Königs-

berg bedeutet: 1 Thlr. Banko = 156 Gr. poln. Demnach ist die Berechnung folgende:

x fl. poln.	400 Dukaten
1 Duk.	2 Thlr. in Dukaten
100 Thlr.	101 Thlr. Banko
1 Thlr. Bk.	156 fl. poln.
30 Gr. poln.	1 fl. poln.

$x = 4201\frac{3}{5}$ fl. poln. oder 4201 fl. 18 Gr. poln.

4) Ein Kaufmann kauft den Centner Kaffee um 56 fl. Er verkauft ihn gebrennt, wobei an jedem Pfund im Durchschnitt 8 Loth durch das Brennen verloren gehen. Wie hoch muß er das Loth geben, wenn er 25 Procent gewinnen will?

x Kreuzer	1 Loth
24 Loth	1 Pfund
100 Pfd.	56 fl.
100 fl.	125 fl.
1 fl.	60 Kr.

$x = 1\frac{3}{4}$ Kr. = 1 Kr. 3 Pfennige.

5) In Preußen wurde der Centner einer Waare um 27 Thlr. gekauft und das Pfund um 9 Silbergroschen verkauft. Wie viel Procent ist gewonnen oder verloren worden?

x Thlr.	100 Thlr.
27 Thlr.	1 Ctl.
1 Ctl.	110 Pfund
1 Pfd.	9 Silbergr.
30 Slbrgr.	1 Thlr.

$x = 122\frac{2}{9}$ Thlr.

d. h. für 100 Ausgabe gehen $122\frac{2}{9}$ Einnahme ein; darum ist hier Gewinn und zwar vom Hundert

$122\frac{2}{9} - 100 = 22\frac{2}{9}$ oder es findet hier $22\frac{2}{9}$ Procent Gewinn Statt.

6) Das Pfund einer Waare in Hamburg kostet $4\frac{1}{2}$ Mark Banko, mit 8 Procent Rabatt. Die Louisd'or stehen 41 Procent schlechter als Banko. Die Unkosten bei der Versendung betragen 2 Procent. Das magdeburger Gewicht ist um $3\frac{1}{2}$ Procent leichter als das hamburger. Wie viel Thaler in Louisd'or wird nun das Pfund in Magdeburg kosten, da 3 Mark Bk. auf einen Thlr. Bk. gehen?

x Thlr. Louisdor	1 Pfd. Magd.
$103\frac{1}{2}$	100 Pfd. Hamb.
1	$4\frac{1}{2}$ Mark Hamb. Bank.
3	1 Thlr. Hamb. Bank.
108	100 Thlr. Hamb. Bk. Rabatt
100	141 Thlr. Louisd.
100	102 Thlr. Unkosten.

$x = 1\frac{127}{621}$ Thlr.

§. 134. Es gibt Aufgaben, in welchen die Zwischenverhältnisse weggelassen sind und als bekannt vorausgesetzt werden. Z. B. Wie viel Pfennige kostet 1 Bogen Papier, wenn der Ballen 40 Thlr. preuß. kostet?

x Pfenn.	1 Bogen
24	1 Buch
20	1 Rieß
10	1 Ballen
1	40 Thlr.
1	30 Silbergr.
1	12 Pfennige.

x = 3 Pfennige.

§. 135. Wenn blos eine Vergleichung zwischen zweierlei Größen und ihren Einheiten gesucht wird, so fällt der Fragesatz weg. Man fängt dann mit dem Vergleichungssatze für die eine Gattung von Größen an und fügt die Vergleichungssätze nach der Reihe hinzu, bis man zu demjenigen für die andere Gattung kommt, die mit jener erstern verglichen werden soll. Z. B. Wie verhält sich der Werth des Goldes zu dem des Silbers, wenn

1 Mark fein Silber	=	21 Gulden preuß.
3 fl.	=	2 Thlr pr.
$5\frac{1}{2}$ Thlr.	=	1 Friedrd'or
35 Frd'or	=	1 Mark Gold (zu $21\frac{2}{3}$ Kar.)
24 M. G. ($21\frac{2}{3}$ K.)	=	$21\frac{2}{3}$ Mark Gold (zu 24 Kar.)
198 Mark fein Silber	=	13 Mark fein Gold

oder Mark f. Gold : Mark f. Silber = 198 : 13 = $15\frac{3}{13}$: 1 d. h. das Gold ist $15\frac{3}{13}$ mal so *hoch* am Werth wie Silber.

§. 136. Zur eigenen Uebung mögen folgende Beispiele dienen:

1) Wenn 3 Silberrubel in Rußland 1 Dukaten gilt, 6 Dukaten 17 Thlr. sächsisch und 20 Thlr. sächs. 21 Thlr. preuß. betragen, ferner wenn der preuß. Thlr. zu $1\frac{3}{4}$ fl. rhn. genommen wird: welchen Werth hat der Silberrubel in rheinischer Währung?

2) Von einer Waare werden 8 Pfund mit 5 Thlr. gekauft. Wie theuer müssen 4 Pfd. wieder verkauft werden, um 20 Procent zu gewinnen?

3) Wenn 9 Louisd'or = 16 Dukaten; 1 Duk. = 9 Mark und 3 Mark = 1 Thlr. sind: so frägt sich, wie viel Thaler auf eine Louisd'or gehen und wie viel Louisd'or 10000 Thlr. betragen?

4) Wie viel kostet 1 Pfd. Kaffee leipz. Gewicht in sächs. Groschen, wenn 100 Pfd. amsterd. Gew. 120 holländ. fl. kosten und 5 holl. fl. = 2 holl. Thlr.; 100 holl. Thlr. = 47 holl. Duk.; 6 Duk. = 17 sächs. Thlr. und 1 sächs. Thlr. = 24 Gr. ingleichen 56 amsterd. Pfd. = 57 hamb. und 27 hamb. Pfd. = 28 leipz. sind?

5) Wie viel bairische Fuß sind 100 englische Fuß, wenn 81 englische Fuß gleich sind 76 pariser; 29 pariser gleich 30 rheinländischen, und 930 rheinländische gleich 1000 bairischen Fußen?

6) Man verlangt das Verhältniß des hamb. Schillings zu dem sächsischen Groschen zu wissen, wenn 16 Schill. = 1 Mark sind; 57 Mark = 4 Louisdor; 3 Ldor = 16 sächs. Thlr. und 1 s. Thlr. = 24 Gr.

7) Man soll das Verhältniß der persischen Parasange zur teutschen Meile bestimmen. Man weiß, daß 10 Parasangen 9 brabantische Meilen machen; 1 brabantische Meile 3 italienische; 4 italienische 1 große polnische; 5 große polnische 6 portugiesische; 9 portugiesische 5 westphälische und 2 westphälische 3 gemeine teutsche.

8) Wenn 7 fl. rhn. 4 preußische Thaler, 155 preußische Thaler 100 hamburger Banko, 100 Thaler hamburger Banko $140\frac{1}{2}$ Thaler dänisches Kurrent, $131\frac{1}{2}$ Thaler dänisches Kurrent 100 Thaler holländisches Kurrent, 1 holländischer Thaler $8\frac{1}{3}$ Schillinge flämisch, 38 Schillinge flämisch holländischen Bankogeldes 1 Pfund Sterling machen: was wird 1 Pfund Sterling nach rheinischen Gulden werth sein?

9) Was ist ein hamburger Schilling Kurrent an rheinischen Kreuzern werth, wenn 60 Kr. auf

einen Gulden gehn, 24 fl. gleich sind $9\frac{5}{21}$ hamburger Thalern Banko, 1 Thlr. Banko gleich 3 Mark Banko, und die Mark Kurrent 24 Procent gegen Banko verliert (d. h. 124 M. K. = 100 M. Bko.) und die Mark 16 Schillinge enthält?

10) Wenn 84 amsterdam. Pfd. 65 Thaler hamburger Banko kosten: wie viel hannövrische Kurrentthaler kostet 1 Pfd. hannöverisch Gewicht, da man weiß, daß 102 hannöverische Pfd. gleich sind 98 amsterdamer Pfd., und 10 hamburger Bankothaler so viel betragen als 13 hannövrische Kurrentthaler?

11) Es sind 325 Pfd. einer Waare um 450 fl. eingekauft worden. Wie hoch muß man 1 Pfd. wieder verkaufen, wenn 30 vom Hundert sollen gewonnen werden?

12) In Hamburg kosten 57 Pfd. hamb. Gewicht 63 Thlr. Kurrent. Wie viel sächsische Thaler kostet 1 leipziger Pfd., wenn 25 hamburger Pfd. so viel sind als 26 leipz. Pfd., und der Wechselkurs 12 Procent zum Vortheil der Hamburger ist d. h. wenn 100 Thlr. hamburger Kurrent in Leipzig 112 Thaler gelten, und man überdieß 16 vom Hundert gewinnen will?

13) Wie viele amsterdamer Bankogulden kosten 35 englische Ellen, wenn 40 amsterd. Ellen 24 Schillinge Sterling kosten, und 3 engl. Ellen 4 amsterdamer, überdieß $2\frac{1}{2}$ Schilling Sterl. 1 fl. Banko ausmachen?

14) Man will wissen, wie die römischen Pfunde sich zu den kopenhagischen verhalten, da 7 röm. Pfd. 5 nürnbergische, 25 nürnbergische 28 Pfd. in London, ferner 16 london. Pfd. 13 zu Prag, und 13 prager 15 zu Kopenhagen ausmachen.

15) Wie viel Procent gewinnt oder verliert derjenige, welcher den Centner Kaffee um 40 Thlr. einkauft, denselben brennt, dadurch an jedem Pfund 8 Loth verliert und das Loth um 5 Pfennige gibt?

16) Wie viel gute Groschen kostet das Loth einer Waare, von welcher das Pfund 8 Thlr. 16 Gr. in Louisd'or kostet, da man für 100 Thlr. in Louisd'or beim Verwechseln 115 Thlr. Kurant erhält?

17) Wie viele fl. gilt ein Napoleonsd'or, da 1 Napoleonsd'or 20 Franken, 80 Franken 81 Livre's, 1 Livre $27\frac{1}{2}$ Kreuzer ist?

18) Wie viele hannövrische Pfund machen 4851 würtemberger Pfund, wenn 102 Pfd. zu Hannover = 98 Pfd. amsterdamer, 108 Pfd. zu Amsterdam = 110 Pfd. zu Leipzig, 5 Pfd. zu Leipzig = 6 Pfd. zu Danzig, 121 Pfd. zu Danzig = 108 Pfd. zu Frankfurt und 25 Pfd. zu Frankfurt = 27 würtemberger Pfd. sind?

19) Man weiß, daß 6 hamburger Ellen 5 brabanter ausmachen, 8 hamb. Ellen mit 5 Gulden bezahlt werden, 4 preuß. Thaler im Handelsverkehr 7 fl. gelten und $13\frac{1}{3}$ Thlr. sächsisch 14 Thlr. preuß. ausmachen. Wie hoch kommen 112 brabanter Ellen nach sächsischem Gelde?

20) Jemand bezahlt eine Waare, die 570 hamburger Pfund wiegt, mit 11 Friedrichsd'or (zu 5 Thlrn. gerechnet). Wenn nun 106 hamb. Pfund so viel als 110 berliner Pfd. sind, das Geld aber gegen Kurant 14 Procent hoch steht: wie viel Groschen preuß. Kurant und wie viel Silbergroschen kostet ein Berliner Pfund?

IV. Gesellschafts- oder Theilungs-Rechnung.

§. 137. Wenn mehre Personen zu einer gemeinschaftlichen Unternehmung zusammen treten, und eine Kasse errichten, wozu die Beiträge der einzelnen Mitglieder von verschiedener Größe sind: so ist es nicht mehr als billig, daß der Gewinn oder Verlust nach dem Verhältniß der Größe der einzelnen Beiträge bestimmt werde. Denn wer dreimal so viel als ein anderer gegeben hat, macht auch auf einen dreifach größern Theil Anspruch; wogegen er aber auch bei entstandenem Verlust dreimal so viel verliert. Ueberdieß verdient man sich ja auch sonst mit dem doppelten Gelde das Doppelte. Die Gesellschaftsrechnung lehrt nun, in solchen Fällen die gerechten und verhältnißmäßigen Theile bestimmen und finden; sie gründet sich daher ganz auf den *obigen* (§. 116.) Satz: Eine Zahl in mehre Theile zu theilen, daß diese Theile sich wie gegebene andere Zahlen verhalten. Die dortige Auflösung gibt also auch das Verfahren für die Gesellschaftsrechnung, nämlich: Man addire die gegebenen Verhältnißzahlen (welches z. B. die einzelnen Beiträge sind), die man aber zur Erleichterung der Rechnung auf die kleinsten Zahlen bringen kann (vermöge §. 111—113.) und setze ihre Summe in das erste Glied der Proportion, jede einzelne Verhältnißzahl nach der Reihe in das zweite Glied, und dann in das dritte die zu theilende Größe; dazu suche man (nach §. 110.) das vierte Glied, welches so oft geschehen muß, als einzelne Verhältnißzahlen d. i. Theilnehmer der Gesellschaft vorhanden sind. Jedes gefundene vierte Glied gibt den Antheil jeder Person nach der Reihe an. Beispiele:

1) Vier Personen fangen einen Getreidehandel an; A gibt dazu 100 fl., B 130, C 75 und D 200. Sie gewinnen damit 230 fl. Was wird davon auf eines Jeden Antheil kommen? Weil 100 + 130 + 75 + 200 = 505 sind, so setze man:

505 : 100 = 230 : Antheil des A
505 : 130 = 230 : " " B
505 : 75 = 230 : " " C
505 : 200 = 230 : " " D

Und es ist der Antheil des A = $\frac{100 \times 230}{505}$ = 45 fl. 32 Kr. $2\frac{70}{101}$ Pfennige. Auf gleiche Weise wird man finden, daß B 59 fl. 12 Kr. $1\frac{91}{101}$ Pf., C 34 fl. 9 Kr. $2\frac{2}{101}$ Pf. und D 91 fl. 5 Kr. $1\frac{39}{101}$ Pf. erhält. Die Summe dieser einzelnen Gewinnste muß wieder dem ganzen Gewinnste gleich sein.

2) Drei machen eine Gesellschaft; A legt dazu 120 fl., B 150 fl. und C 180 fl. Sie sind aber in ihrem Unternehmen unglücklich und verlieren 124 fl. Wie viel muß ein Jeder am Verlust tragen? Es ist 120 + 150 + 180 = 450. Demnach setzt man richtig also an:

450 : 120 = 124 : Verlust des A
450 : 150 = 124 : " " B
450 : 180 = 124 : " " C

Es lassen sich aber hier die einzelnen Beiträge mit ihrer Summe auf weit kleinere Verhältnißzahlen bringen, nämlich die Verhältnisse der Zahlen 120 : 150 : 180 sind wie 4 : 5 : 6 und überdieß 4 + 5 + 6 = 15. Demnach ist der einfachere Ansatz:

15 : 4 = 124 : Verlust des A
15 : 5 = 124 : " " B
15 : 6 = 124 : " " C

und man findet, daß A 33 fl. 4 Kr., B 41 fl. 20 Kr. und C 49 fl. 36 Kr. verlieret.

3) Zwei Personen pachten eine Wiese für 25 fl. A läßt 12 Kühe, B aber nur 8 Kühe darauf weiden. Wie viel muß Jeder zum Pachtgeld zahlen? Weil die Verhältnißzahlen 12 : 8 wie 3 : 2 sind, und 3 + 2 = 5 ist, so ist

5 : 3 = 25 : Pachtgeld des A
5 : 2 = 25 : „ „ B

A zahlt 15 fl. und B 10 fl.

§. 138. Die bisherigen Rechnungen setzten voraus, daß jedes Mitglied gleichlang in der Gesellschaft gewesen sei. Wenn aber Jemand seinen Beitrag noch einmal so lang stehen hat, als ein Anderer, so kann er auch noch einmal so viel Antheil fordern: kurz der Antheil eines Jeden hängt auch von der Zeit und ähnlichen Umständen ab. In solchen Fällen erhält man ein *zusammengesetztes* Verhältniß, nämlich die Gewinnste oder Verluste verhalten sich, wie die Produkte aus den Beiträgen in die Zeiten. Z. B. Zwei haben in einer Handlung, A 90 Thlr. 3 Monate lang, und B 120 Thlr. 2 Monate lang; sie gewinnen damit 125 Thlr. Was wird der Gewinnst eines Jeden sein? Die Verhältnißzahlen sind hier 90 . 3 = 270 und 120 . 2 = 240. Es verhält sich aber 270 : 240 wie 9 : 8 und 9 + 8 = 17. Demnach ist der einfachere Ansatz:

17 : 9 = 125 : Gewinn des A
17 : 8 = 125 : „ „ B

und es gewinnt A $\frac{9 \times 125}{17} = 66\frac{3}{17}$ Thlr. und B $\frac{8 \times 125}{17} = 58\frac{14}{17}$ Thlr. Die Thalerbrüche kann man noch in Groschen verwandeln.

Eben so verhält es sich, wenn verschiedene Fuhren mit mehr und weniger Pferden geschehen. In diesem Falle hängt der Antheil an dem Fuhrlohne ab von dem Produkte der Fuhren in die Pferde. Z. B. Zu einem Straßenbau hat A 7 Fuhren mit 3 Pferden, und B 5 Fuhren mit 4 Pferden gethan. Ihr gemeinschaftlicher Lohn ist 24 fl. Wie viel kommt Jedem zu? Es ist 7 . 3 = 21; ferner 5 . 4 = 20, und 21 + 20 = 41. Demnach

41 : 21 = 24 : Lohn des A
41 : 20 = 24 : " " B

Hieraus ist der Antheil des A $12\frac{12}{41}$ fl. und des B Antheil $11\frac{29}{41}$ fl.

§. 139. Folgende Aufgaben mögen zur Uebung in der Gesellschaftsrechnung dienen.

1) Ein Mann geräth in Konkurs; A hatte zu fordern 75 fl., B 500 fl., C 1000 fl. und D 860 fl. Nach der Inventur betrug das übrige Vermögen nur 1625 fl. Wie viel wird jeder Gläubiger bekommen?

2) In einem Dorfe sollen die dasselbe treffenden Einquartierungskosten von 25 fl. nach dem Steuerfuß ausgeschlagen werden. Wenn nun A mit 320 fl. in der Steuer liegt, B mit 530, C mit 175, und D mit 212 fl.; was wird ein Jeder an den 25 fl. bezahlen müssen?

3) Drei Kaufleute vereinigen sich zu einer gewissen Unternehmung, so daß A 100 Thlr. auf 2 Monate, B 150 Thlr. auf 3 Monate, und C 110 Thlr. auf 6 Monate hergibt. Mit diesem Gelde werden 655 Thlr. gewonnen; wie viel bekommt nun ein Jeder davon?

4) Drei Fuhrleute fahren Steine zu einem Baue herbei; der eine thut 28 Fuhren mit 1 Pferde,

der andere 35 mit 2 Pferden, und der dritte 42 mit 3 Pferden. Sie bekommen dafür zusammen 50 fl.; wie viel wird Jeder davon erhalten?

5) Ein Soldatenquartier kostet 3 Orten, welche für 33 Höfe gelten, überhaupt 112 fl. Da nun A aus 13 Höfen, B aus 12 und C aus 8 Höfen bestehet, so fragt es sich: wie viel ein jedes Dorf an den Kosten zu tragen habe?

6) Auf einem Hause haften folgende Schulden: erstens 8500 fl., zweitens 5000 fl., drittens 3500 fl., und viertens 2000 fl. Das Haus wird auf Antrag der Gläubiger verkauft, und da es für nicht mehr als 18510 fl. erstanden wird: was bekommt ein jeder von ihnen?

7) Zu einer gewissen Unternehmung treten sechs Personen zusammen, und legen ein A 400 fl., B 700 fl., C 360 fl., D 540 fl., E 800 fl. und F 680 fl. Sie gewinnen 3816 fl. Was kommt einem Jeden nach seiner Einlage von diesem Gewinnste zu?

8) Drei Personen haben die Summe von 5832 Thalern unter sich zu theilen. Die Theile der drei Personen A, B und C sollen sich aber zu einander verhalten, wie die Zahlen $\frac{1}{2}$, $\frac{4}{7}$ und $\frac{3}{8}$. Wie werden nun die Antheile ausfallen?

9) Die Summe von 100 fl. sollen 6 Personen A, B, C, D, E und F so unter sich theilen, daß die Theile sich zu einander verhalten, wie die Zahlen $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{7}$, $\frac{1}{9}$ und $\frac{1}{12}$. Wie viel wird einem Jeden zukommen?

10) Drei Kaufleute haben zusammen gehandelt. A hat 200 Thlr. 7 Monate lang in der Handlung liegen, B 350 Thlr. 5 Monate lang, und C 190

Thlr. 8 Monate lang. Sie trennen sich und finden, daß sie 120 Thlr. Verlust haben. Wie viel büßt Jeder ein?

11) Vier Kaufleute haben sich zu einer Unternehmung vereiniget. Der erste nimmt daran mit 2500 fl. Antheil auf 18 Wochen; der andere schießet 4200 fl. auf 10 Wochen her; der dritte läßt seinen Antheil von 5000 fl. 9 Wochen lang gebrauchen, und der Antheil des letzten von 6800 fl. bleibet 7 Wochen stehen. Was bekommt nun ein jeder von ihnen von dem Gewinne, welcher 3400 fl. beträget?

12) Ein Herr vermacht seinen Dienstboten 1200 Thlr., worein sie sich nach dem Verhältnisse ihres bisherigen Lohnes theilen sollen. Nun hat der Kammerdiener jährlich 40 Thlr., der Koch 36 Thlr. und die Dienstmagd 24 Thlr. erhalten. Wie viel wird demnach jeder Dienstbote erhalten?

13) Von 5 Dörfern müssen zu einer Brandschatzung, die der Feind auflegte, 2416 Thlr. beigetragen werden. Man findet es für natürlich und billig, daß die 5 Dörfer nach dem Verhältnisse ihres Steuerfußes zahlen. Nun steht das Dorf A mit 85 Thlrn., das Dorf B mit 70 Thlrn., C mit 75 Thlrn., D mit 70 Thlrn. und E mit 40 Thlrn. in der Steuer. Welches ist der Beitrag eines jeden Dorfes zu obigen 2416 Thlrn.?

14) Durch 3 Fuhrleute wird ein Schutthaufen für 87 fl. weggeschafft. A fährt mit 3 Pferden 6 Tage, B mit 2 Pferden 8 Tage und C mit 4 Pferden 6 Tage. Wie viel kommt jedem Fuhrmanne zu?

15) Drei Hammerbesitzer treten zusammen, um ein Steinkohlenbergwerk zu betreiben. A gibt dazu

her 1200 Thlr., B 1460 Thlr. und C 700 Thlr. Nach Abzug aller Kosten findet sich ein reiner Ertrag von 860 Thlr. Wie viel fällt auf jeden Theilnehmer?

16) Vier Personen haben zu einer Unternehmung folgende Kapitalien hergegeben, nämlich A 500 fl. den 1. März; B 600 fl. den 1. Mai; C 450 fl. den 15. Junius und D 800 fl. den 1. August. Am Ende des laufenden Jahres hatten sie damit 1200 Thlr. gewonnen. Wie viel erhält ein Jeder?

17) Vier Fabrikanten miethen einen Platz zum Bleichen um 100 Thlr. Nun legt A 180 Ellen Leinewand in der Länge und 60 Ellen in der Breite auf, B 120 Ellen in der Länge und 50 Ellen in der Breite, C 150 Ellen in der Länge und 60 in der Breite, D 100 Ellen in der Länge und 40 Ellen in der Breite. Wie viel muß Jeder verhältnißmäßig an obigem Miethgeld zahlen?

18) Durch den Schiffer A sind 3000 Ctl. einer Waare 20 Meilen weit, durch den B 2000 Ctl. 25 Meilen weit und durch den C 1800 Ctl. 40 Meilen weit geschafft und dafür im Ganzen 800 Thaler bezahlt worden. Wie viel bekommt ein Jeder?

19) Jemand legte 2000 Thlr. in einen Handel; nach 1 Jahr trat ein Anderer mit 1800 Thlrn. bei; nach 2 Jahren trat ein Dritter mit 2600 Thlrn. bei; und endlich nach 3 Jahren ein Vierter mit 3600 Thlrn. Nachdem nun noch 3 Jahre verflossen waren, hatte man 10000 Thlr. gewonnen. Wie viel wird ein Jeder von diesem Gewinn erhalten?

20) Bei einer Gelegenheit machten 2 Hauptleute, 5 Lieutenants und 120 Gemeine eine Beute von 4000 Dukaten. Nun soll ein Hauptmann zweimal so viel als ein Lieutenant, und ein Lieutenant

viermal so viel als ein Gemeiner bekommen. Wie viel Dukaten wird sonach ein jeder Hauptmann, ein jeder Lieutenant und ein jeder Gemeiner erhalten?

V. Vermischungs- und Alligations-Rechnung.

§. 140. Was bei Mischungen in Bezug auf Größen zu beachten ist, lehrt die Vermischungsrechnung. Wir betrachten hier folgende Fälle: 1) Zwei oder mehre Stoffe, deren Menge und Preis gegeben sind, werden vermischt: man sucht den Preis der Mischung. 2) Die Menge der Mischung und das Verhältniß der Stoffe sind gegeben: man sucht die Menge der einzelnen Stoffe, die zu der verlangten Menge der ganzen Mischung zu nehmen sind.

Der erste Fall hat nicht die mindeste Schwierigkeit, wie folgende Beispiele lehren:

1) Man mischt zweierlei Sorten Tabak. Von der einen Sorte, das Pfund zu 30 Gr., werden 4 Pfund zur Mischung genommen; von der andern, von welcher das Pfund 22 Gr. kostet, 6 Pfund. Wie theuer wird 1 Pfund der Mischung sein?

Erste Sorte 4 Pfund zu 30 Gr. kosten 120 Gr.
Zweite Sorte 6 Pfund zu 22 Gr. kosten 132 Gr.

Die 10 Pfund der Mischung kosten 252 Gr.
Demnach kostet 1 Pfund der Mischung $25\frac{1}{5}$ Gr.

2) Es werden dreierlei Weine gemischt. Von der ersten Sorte, die Maaß zu 1 fl., werden 24 Maaß genommen; von der andern zu 52 Kr. 20 Maaß; von der dritten zu 36 Kr. 12 Maaß. Und weil in das Fäßchen gerade 1 Eimer oder 60 Maaß gehen, so gießt man 4 Maaß Wasser zu. Wie viel ist die Maaß dieser Mischung werth?

Die 24 Maaß Wein	zu	60 Kr.	betragen	1440 Kr.
die 20	"	"	52 Kr.	"	1040 Kr.
die 12	"	"	36 Kr.	"	432 Kr.
die 4 Maaß Wasser betragen					0 Kr.

Die 60 Maaß des gemischten Weins kosten 2912 Kr. Folglich ist 1 Maaß desselben $48\frac{8}{15}$ Kr. werth.

Der zweite Fall ist mit der Gesellschafts- oder Theilungs-Rechnung ganz einerlei und nur im Gegenstande verschieden. Daher kommt die verlangte Menge oder Zahl der ganzen Mischung, zu welcher die erforderlichen Theile der einzelnen Stoffe gesucht werden sollen, in das dritte Glied der Proportion zu stehen, in das erste die Summe der gegebenen Verhältnißzahlen und in das zweite die einzelnen Verhältnißzahlen selbst. Als Probe kann angesehen werden, daß die gefundenen Zahlen das verlangte Ganze ausmachen. Ein Beispiel wird die Sache sogleich klar und deutlich machen:

Für eine gewisse Art Pulver nimmt man zu 1 Pfund Salpeter 6 Loth Kohlen und 4 Loth Schwefel. Nun sollen 1000 Pfund solches Pulver verfertigt werden. Wie viel wird man von jedem Bestandtheile nehmen müssen? — Weil $32 + 6 + 4 = 42$ ist, so setzt man an:

$42 : 32 = 1000 : x$ und $x = 761\frac{19}{21}$ Pfd. Salpeter
$42 : 6 = 1000 : y$ und $y = 142\frac{18}{21}$ Pfd. Kohlen
$42 : 4 = 1000 : z$ und $z = 95\frac{5}{21}$ Pfd. Schwefel

1000 Pfd. Pulver.

Mit der Vermischungsrechnung ist wieder die sogenannte **Alligationsrechnung** verwandt, welche sich von jener nur dadurch unterscheidet, daß in dieser das Verhältniß der Theile nicht unmittelbar

gegeben ist, sondern erst gesucht werden muß. Die Alligationsrechnung hat nämlich zur Absicht, aus den gegebenen Werthen verschiedener Theile, aus denen man eine neue Mischung machen soll, für einen gegebenen Werth der neuen Mischung das Verhältniß der zu mischenden Theile zu finden. Z. B. Ein Wirth hat zweierlei Sorten Wein; von der bessern kostet die Maaß 54 Kr. und von der geringern 40 Kr. Er will eine Mischung treffen, die einen Eimer, zu 60 Maaß gerechnet, betragen und so beschaffen sein soll, daß er die Maaß für 48 Kr. geben kann. Wie viel Maaß muß er von jeder Sorte nehmen? Hier muß erst das Verhältniß der zu mischenden Theile gesucht werden. Die Regel ist folgende: der Unterschied zwischen dem mittlern Werth und dem schlechtern gibt die Verhältnißzahl der bessern Gattung; hingegen der Unterschied zwischen den bessern Werth und dem mittlern gibt die Verhältnißzahl der schlechtern Gattung. Hier ist demnach 48 — 40 = 8 die Verhältnißzahl des bessern Weines, und 54 — 48 = 6 die Verhältnißzahl des schlechtern Weines, und nun verfährt man wie in der Vermischungsrechnung. Nämlich weil 8 + 6 = 14; so ist

14 : 8 = 60 Maaß : x M. des bessern Weines

14 : 6 = 60 „ : x M. des schlechtern „

und man findet, daß man zu dieser Mischung $34\frac{2}{7}$ Maaß des bessern Weines, und $75\frac{5}{7}$ Maaß des schlechtern Weines nehmen muß.

Wenn man den Werth des bessern und schlechtern Weines, der zur Mischung genommen wird,

addirt, so wird sich die nämliche Summe ergeben, als die ganze neue Mischung kostet.

Die Regel für das Verfahren in der Alligationsrechnung ist zwar aus der Algebra oder mathematischen Analysis genommen, wohin wir daher den wißbegierigen Rechner verweisen. Aber auch schon der denkende Geist erkennt es als recht und billig, daß hier ein umgekehrtes Verhältniß statt findet, daß nämlich die Unterschiede zwischen den Mischungsgrößen und der mittlern Größe im umgekehrten Verhältnisse mit den Werthen der zu vermischenden Dinge stehen. Denn man denke sich zwei verschiedene Weine, den einen zu 50 Kr. die Maaß, den andern zu 40 Kr. die Maaß. Wenn man diese beiden Weine zu gleichen Theilen mischt, so ist offenbar, daß die Maaß des gemischten Weines 45 Kr. werth ist. Hingegen wenn ich die Maaß zu 48 Kr. verlange, so ist doch einleuchtend, daß jetzt *bei* der bessern Mischung mehr von der bessern Sorte, und weniger von der schlechtern zugemischt werde. Und je mehr sich der mittlere Preis dem Preise der bessern Sorte nähert, desto geringer wird der Unterschied. Eben so: je mehr ich mich im Preise von der schlechtern Sorte entferne, desto weniger soll von dieser zugegossen werden, und desto grösser wird der Unterschied. Diese nämliche Betrachtung läßt sich aber bei allen Mischungen anstellen, und es erhellet daher die Richtigkeit, Natürlichkeit und Gerechtigkeit nach der obigen Regel: daß die Unterschiede im umgekehrten Verhältnisse mit den Werthen der zu vermischenden Dinge stehen.

Eine gute Probe dieser Rechnungsart ist es, wenn man die Preise der zu mischenden Dinge be-

stimmt, und dann addirt; hernach aber auch die neue Mischung nach ihrem Werthe berechnet, und vergleicht, ob gleiche Werthe oder Preise herauskommen. Z. B. von dem Weine in obiger Aufgabe kosten die $34\frac{2}{7}$ Maaß des bessern Weines 30 fl. $51\frac{3}{7}$ Kr., und die $25\frac{5}{7}$ Maaß des schlechtern Weines kosten 17 fl. $8\frac{4}{7}$ Kr. Darum ist der Eimer des gemischten Weines 30 fl. $51\frac{3}{7}$ Kr. + 17 fl. $8\frac{4}{7}$ Kr. = 48 fl. werth. Nun wurde verlangt, daß die Maaß 48 Kr. kosten soll, wovon der Eimer auch 48 . 60 Kr. = 48 fl. beträgt.

§. 141. Zur eigenen Uebung in diesen Rechnungsarten mögen folgende Beispiele dienen:

1) Ein Weinhändler besitzt dreierlei Arten Wein A, B, C. Die Maaß von A kostet 9 Gr., von B 12 Gr. und von C 16 Gr. Nun nimmt er von A 10 Maaß, von B 15 Maaß und von C 5 Maaß und macht daraus eine Mischung. Wie hoch kommt die Maaß dieses gemischten Weines?

2) Wenn zu einem Pfund Harzkütte 20 Loth Pech, 10 Loth Kolophonium und 2 Loth Kreide genommen werden: wie viel ist von Jedem zu 40 Pfund nöthig?

3) Der Metzen Gerste kostet 1 fl. und der Metzen Haber 40 Kr. Man will aus beiden eine Mittelsorte von Getreide machen, wovon der Metzen 48 Kr. kostet. Wie viel hat man von jeder Sorte zu nehmen?

4) Ein Goldschmidt macht ein silbernes Gefäß, nimmt hierzu 2 Mark 14löthiges, $1\frac{1}{2}$ Mark 10löthiges und $\frac{1}{2}$ Mark 12löthiges Silber, und setzt noch 1 Mark Kupfer zu. Wie viellöthig wird das Silber dieses Gefäßes sein? — 14löthiges

Silber heißt dasjenige, von welchem unter 1 Mark oder 16 Lothen 14 Loth fein Silber oder reines Silber enthalten ist. Eben so verhält es sich mit 10löthigem, 12löthigem Silber u. s. w. Das Uebrige des Gewichts ist ein Beisatz z. B. von Kupfer.

5) Aus zwei Arten Frankenwein, wovon der Eimer des bessern $40\frac{2}{3}$ fl. und der Eimer des geringern $32\frac{1}{5}$ fl. kostet, will man eine Mischung machen, wovon der Eimer 36 fl. werth sein soll. Wie viel muß von jeder Art genommen werden?

6) Jemand mischt zwei Sorten Taback und nimmt von der einen Sorte, von welcher das Pfund $2\frac{1}{2}$ Thlr. kostet, 30 Pfund und von der andern Sorte zu 20 Gr. 70 Pfund. Wie theuer kann er das Pfund dieses gemischten Tabacks ablassen?

7) Wenn 3 Mark 12löthiges Silber, 4 Mark 14löthiges und 6 Mark 10löthiges zusammen geschmolzen werden: wie viellöthig wird dieses Silber sein?

8) Jemand mischt dreierlei Weine A, B, C. Von A zu 1 Thlr. 12 Gr. nimmt er 20 Maaß, von B zu 1 Thlr. 4 Gr. nimmt er 30 Maaß und von C zu 18 Gr. nimmt er 40 Maaß. Um das Fäßchen voll zu machen, gießt er noch 8 Maaß Wasser zu. Wie viel ist dieser gemischte Wein werth?

9) Es soll ein Centner Jagdpulver nach englischer Vorschrift verfertigt werden, wo zu 100 Pfd. Salpeter 12 Pfd. Schwefel und 15 Pfd. Kohle genommen werden. Wie viel Salpeter, Schwefel und Kohle braucht man zu jenem verlangten Centner?

10) In Frankreich verhalten sich, zur Verfertigung des Pulvers, die Bestandtheile des Salpeters, des Schwefels und der Kohle, wie 24 : 5 : 3.

Was wird von jedem dieser Bestandtheile zu 1000 Centnern nöthig sein?

11) Von drei einfachen Bestandtheilen, die zur Zusammensetzung einer Arznei erforderlich sind, ist das Verhältniß unter ihnen so beschaffen, daß des ersten Dosis 5 Loth, des zweiten 10 Loth und des dritten 4 Loth ist. Wie viel wird von einem jeden erfordert, um 12 medizinische Pfund oder 288 Loth zu verfertigen?

12) Zu einer andern Arznei ist das Mischungsverhältniß der vier Ingredienzien und zwar des ersten 5 Loth, des zweiten $3\frac{1}{2}$ Loth, des dritten $1\frac{3}{4}$ Loth und des vierten 2 Loth. Wie viel muß von jedem dieser Ingredienzien zur Arznei genommen werden, die 18 Loth wiegen soll?

13) Jemand hat zweierlei Sorten Kaffee; von der bessern kostet das Pfund 1 fl. 12 Kr. und von der geringern 48 Kr. Er will eine Mischung treffen, daß er das Pfund um 54 Kr. geben kann. Wie viel muß er von jeder Sorte nehmen?

14) Jemand hat zweierlei Silber, 10löthiges und 14löthiges, und will $2\frac{1}{2}$ Mark (die Mark zu 16 Loth gerechnet) 13löthiges Silber haben; wie viel muß er von jeder Sorte zur Mischung nehmen?

15) Jemand hat 10karatiges und 17karatiges Gold; er will eine 15karatige Mischung haben, die $1\frac{1}{2}$ Mark (die Mark zu 24 Karaten gerechnet) wiegen soll. Wie viel Karate muß er von jeder Sorte nehmen?

16) Jemand verlangt von einem Weinhändler 10 Eimer Wein, den Eimer zu 25 fl. Dieser aber hat nur Weine zu 27 fl. und zu 20 fl. Wie viel von jeder dieser Sorten braucht er, wenn er diesen

Wein mischen will, um jene 10 Eimer liefern zu können?

17) Ein Kaufmann will zweierlei Taback, den einen das Pfd. zu 50 Kr., den andern das Pfd. zu 36 Kr. mischen, so daß die Mischung 100 Pfd. beträgt, und das Pfd. 45 Kr. werth ist. Wie viel muß er von jeder Sorte nehmen?

18) Ein Landmann soll 20 Scheffel Getreide liefern, wo der Scheffel 13 Gulden werth ist. Er besitzt aber nur Getreide zu $14\frac{1}{8}$ fl. und zu $12\frac{1}{2}$ fl. an Werth. Er will daher mischen. Man fragt nun, wie viel von jeder Gattung Getreide er zur Mischung nehmen darf?

19) Zu einer Metallkomposition hat man auf 2 Pfund Kupfer 36 Loth Zinn, 20 Loth Zink und 4 Loth Blei nöthig d. h. so oft 2 Pfund Kupfer genommen werden, eben so oft muß man 36 Loth Zinn, 20 Loth Zink und 4 Loth Blei nehmen. Wie viel braucht man von jedem dieser Metalle, um 10 Centner dieser Komposition zu bekommen?

20) Jemand schmilzt $2\frac{1}{2}$ Mark 23 karatiges, 1 Mark 20 karatiges und $\frac{1}{2}$ Mark 18 karatiges Gold zusammen. Wie vielkaratig wird das Gold in der Vermischung sein, da die Mark 24 Karate hält?

21) Es werden verschiedene Arten von Mehl A, B, C vermischt. Von A die Metze zu 2 Thlrn. 12 Gr. werden 10 Metzen genommen, von B zu 2 Thlrn. 15 Metzen und von C zu 1 Thlr. 16 Gr. 20 Metzen. Wie hoch kann man die Metze dieses gemischten Mehles geben?

22) Aus Roggen, den Metzen zu $1\frac{5}{6}$ fl., und aus Gerste, den Metzen zu $1\frac{1}{6}$ fl., soll eine Mischung von 8 Scheffeln, wovon der Metzen $1\frac{1}{3}$ fl. kostet,

gemacht werden. Wie viel muß von jeder Gattung genommen werden?

23) Wie viel Wasser muß man zu einem Weine gießen, von welchem die Maaß 16 Gr. gilt, um einen Eimer von 60 Maaß zu erhalten, von welchem die Maaß 12 Gr. kostet? — Ueberall, wo der geringere Stoff gar keinen Preis hat oder derselbe wenigstens nicht in Anschlag kommt, wird der Preis = 0 gesetzt.

24) Ein Goldarbeiter soll eine Silber-Arbeit liefern, die 20 Mark wiegt und 12löthig ist. Er hat gegenwärtig aber nur 15löthiges Silber vorräthig. Wie viel Kupfer muß er beimischen, um 20 Mark 12löthiges Silber zu erhalten? — Das Kupfer hat gar keinen Gehalt an Silber d. h. es ist nulllöthig.

Sechstes Kapitel.

Von der Ausziehung der Quadrat- und Kubik-Wurzel.

---

§. 142. Ein Produkt aus zwei gleichen Faktoren heißt eine Quadratzahl oder ein Quadrat; und zwar das Quadrat derjenigen Zahl, welche mit sich selbst multiplicirt das Quadrat gibt. Z. B. $5 \times 5 = 25$ ist das Quadrat der Zahl 5. Eben so ist 64 das Quadrat von 8, weil $8 \times 8 = 64$. Der einzelne Faktor, durch dessen Multiplikation mit sich selbst das Quadrat entsteht, heißt die Quadrat-

wurzel; daher ist 5 die Quadratwurzel von 25; eben so 8 die Quadratwurzel von 64; ferner 6 die Quadratwurzel von 36.

§. 143. Es hat also gar keine Schwierigkeit, das Quadrat von jedweder Zahl anzugeben; denn man darf sie nur mit sich selbst multipliciren. Z. B. von 12 ist das Quadrat $12 \times 12 = 144$; von 217 ist das Quadrat $217 \times 217 = 47089$. Um anzugeben, daß eine Zahl zum Quadrat zu erheben sei, gebraucht man die Zahl 2, welche man oben zur Rechten der Zahl setzt. Z. B. $12^2 = 144$ heißt das Quadrat von 12 ist 144. Ferner $9^2 = 81$ bedeutet: das Quadrat von 9 ist 81.

§. 144. Von Brüchen erhält man das Quadrat, wenn man Zähler mit Zähler und Nenner mit Nenner multiplicirt (wegen §. 54.). Gemischte Zahlen verwandelt man zuerst in einen uneigentlichen Bruch nach §. 51. Beispiele:

$$(\tfrac{3}{4})^2 = \frac{3 \times 3}{4 \times 4} = \tfrac{9}{16}$$

$$(\tfrac{1}{7})^2 = \frac{1 \times 1}{7 \times 7} = \tfrac{1}{49}$$

$$(\tfrac{8}{13})^2 = \frac{8 \times 8}{13 \times 13} = \tfrac{64}{169}$$

$$(2\tfrac{4}{5})^2 = (\tfrac{14}{5})^2 = \frac{14 \times 14}{5 \times 5} = \tfrac{196}{25}$$

§. 145. Wenn man Decimalbrüche zum Quadrate erhebt, so erscheinen die Decimalstellen im Quadrate allemal paarweise, weil sie die doppelte Anzahl der Stellen in der Quadratwurzel enthalten müssen. Z. B.

$$(0{,}4)^2 = 0{,}4 \times 0{,}4 = 0{,}16$$

$$(0{,}05)^2 = 0{,}05 \times 0{,}05 = 0{,}0025$$

$(0{,}126)^2 = 0{,}126 \times 0{,}126 = 0{,}015876$
$(0{,}032)^2 = 0{,}001024.$

§. 146. Aus einer Zahl die Quadratwurzel ziehen heißt diejenige Zahl finden, welche mit sich selbst multiplicirt die gegebene Zahl (Quadratzahl) wieder gibt. Um diese Verrichtung anzuzeigen, gebraucht man das Zeichen $\sqrt[2]{\ }$ oder einfach $\sqrt{\ }$. So bedeutet $\sqrt{64}$ soviel als: die Quadratwurzel aus 64; und $\sqrt{64} = 8$ heißt: die Quadratwurzel aus 64 ist 8.

§. 147. Um aus jeder Zahl die Quadratwurzel ziehen zu können, muß man sich zuvor mit den Quadratzahlen der neun ersten Zahlziffern bekannt machen, welche in folgendem Täfelchen enthalten sind:

Quadrat-Wurzeln	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Quadrate	1	4	9	16	25	36	49	64	81

§. 148. Aufgabe. Aus einer jeden ganzen Zahl die Quadratwurzel zu ziehen.

Auflösung. 1) Man theile die gegebene Zahl von der Rechten zur Linken in Klassen, und gebe jeder Klasse zwei Ziffern, wo dann die letzte Klasse zur Linken, d. i. die höchste, zwei oder auch nur eine Ziffer haben kann und darf.

2) Nun ziehe man von der höchsten Klasse das ihr gleiche oder zunächst kleinere Quadrat eines der neun ersten Zahlziffern im obigen Täfelchen ab, und

schreibe die Wurzel davon beiseite in die sonst gewöhnliche Stelle des Quotienten.

3) Zum etwaigen Reste setze man die nächste Klasse herab, verdoppele den eben gefundenen Wurzeltheil, setze die niedrigste Ziffer davon unter die höchste der eben herabgelassenen Klasse, und dividire. Den sich ergebenden Quotienten setze man als den zweiten Wurzeltheil sowohl rechts neben den ersten Wurzeltheil, als auch neben den Divisor hin.

4) Den Divisor sammt dem beigesetzten zweiten Wurzeltheile, (die man immer einschließen kann, um sie leicht von der darüberstehenden Zahl unterscheiden zu können), multiplicire man mit dem so eben gefundenen Quotienten, als dem neuen Wurzeltheil, und ziehe das Produkt von den treffenden Zifferstellen, nämlich von dem vorigen Reste und der herabgelassenen Klasse, ab.

5) Jetzo nehme man die nächste Klasse herab und setze sie zu dem etwa gebliebenen Reste, verdoppele die schon gefundenen Wurzeltheile, die man zusammen als eine Zahl betrachtet, und verfahre wieder, wie so eben (in Nro 3 und 4) ist gelehrt worden, bis alle Klassen herabgesetzt und somit alle Wurzeltheile gefunden worden sind.

6) So oft man mit dem Zweifachen der Wurzeltheile nicht dividiren kann, indem der Divisor größer ist als der Dividend, schreibe man eine Null als den gesuchten Wurzeltheil an, setze die nächste Klasse herunter und verfahre wieder, wie schon gezeigt worden ist.

7) Wenn einmal das (nach Nro. 4) gefundene Produkt so groß sein sollte, daß man nicht abziehen

kann, so muß der Quotient oder Wurzeltheil kleiner genommen werden, so daß der Abzug geschehen kann.

8) Die Wurzel erhält allemal so viele Zifferstellen, als die Zahl, woraus man die Quadratwurzel zieht, Klassen hat. Beispiele: Man soll die Quadratwurzel aus 214369 und aus 2274064 ziehen.

```
 21|43|69(463
 16|
 ----
  543
  (86)
  516
 ------
  2769
  (923)
  2769
 ------
    *
```

```
 2|27|40|64(1508
 1|
 ----
 127
 (25)
 125
 ------
  240
 (300)
  000
 ------
  24064
  (3008)
  24064
 -------
     *
```

Man findet also $\sqrt{214369} = 463$ und $\sqrt{2274064} = 1508$.

Noch zwei andere Beispiele sind:

```
 36|96|64(608
 36|
 ----
  96
 (120)
  000
 ------
  9664
 (1208)
  9664
 ------
    *
```

```
 4|02|00|25(2005
 4|
 ----
  02
 (40)
  00
 ------
  200
 (400)
  000
 ------
  20025
  (4005)
  20025
 -------
     *
```

§. 149. Solche Zahlen, aus welchen die Quadratwurzel so gezogen werden kann, daß am Ende kein Rest bleibt, sind vollständige Quadratzahlen. Aber die wenigsten Zahlen sind von dieser Art. Bei den meisten bleibt ein Rest, und man kann für solche Zahlen die Wurzel nie vollständig, sondern nur durch Näherung finden, jedoch so genau, als es nur immer nöthig ist in der Anwendung. Dergleichen Quadratzahlen nennt man unvollständige, unvollkommene Quadratzahlen, und ihre Wurzeln heißen Irrationalzahlen d. h. solche Zahlen, die weder durch ganze noch durch gebrochene Zahlen vollständig dargestellt werden können. Das Verfahren, aus unvollständigen Quadratzahlen die Wurzel zu ziehen, unterliegt aber keinen neuen Regeln. Man braucht blos an den letzten Rest nach und nach so viele Paare von Nullen zu hängen, als man in der Wurzel Decimalstellen verlangt, und verfährt übrigens wie vorhin. Für jedes Paar angehängte Nullen wird dann in der Wurzel Eine Decimalstelle abgeschnitten; oder so viele Paare von Nullen man angehängt hat, so viele Decimalstellen werden in der gefundenen Wurzel abgeschnitten (§. 145.). Z. B. man soll die Quadratwurzel aus 236 ziehen. Die Rechnung sieht also aus:

```
2|36(15,36....
1|
――――――
 136
 (25)
 125
――――――
  1100
  (303)
   909
――――――
   19100
   (3066)
   18396
――――――
     704
```

An den letzten Rest 11 wurde zuerst ein Paar Nullen angehängt; dann an den neuen Rest 191 abermals ein Paar Nullen. Für diese zwei Paare von Nullen sind in der Wurzel zwei Decimalstellen abgeschnitten worden. Von 15 ist das Quadrat erst 225; also noch ziemlich geringer als die vorgelegte Zahl 236. Hingegen das Quadrat von 15,36 ist schon 235,9296; also gar wenig von 236 verschieden. Je weiter man aber die Wurzelziehung fortsetzt, desto genauer findet man die Wurzel selbst. — Auf gleiche Weise findet man

$$\sqrt{2} = 1,4142....$$
$$\sqrt{3} = 1,7320....$$

§. 150. Die Probe besteht begreiflich darin, daß man die gefundene Wurzel mit sich selbst multiplicirt. Das Produkt muß die nämliche Zahl wiedergeben, aus der die Wurzel gezogen worden ist. Wenn am Ende ein Rest geblieben ist, so muß man diesen zu dem Produkte noch addiren, um die Quadratzahl wieder zu erhalten. Die bisherigen Beispiele können zur Uebung dienen.

§. 151. Man übe sich in der Ausziehung der Quadratwurzeln an folgenden Beispielen:

1) $\sqrt{19704721}$ gibt
2) $\sqrt{73034116}$
3) $\sqrt{104734756}$
4) $\sqrt{14408161156}$
5) $\sqrt{81144370272289}$
6) $\sqrt{2601032436101124}$
7) $\sqrt{7}$
8) $\sqrt{45}$
9) $\sqrt{280}$
10) $\sqrt{638}$
11) $\sqrt{4122}$
12) $\sqrt{27071260}$.

§. 152. Aufg. Aus einem Decimalbruche, ohne Ganze und mit Ganzen, die Quadratwurzel auszuziehen.

Aufl. Das Verfahren ist das nämliche wie bei ganzen Zahlen; nur muß man (wegen §. 145.) darauf sehen, daß der Decimalbruch eine gerade Anzahl von Stellen z. B. 2, 4, 6, 8, 10 Stellen u. s. w. habe. Ist die Anzahl ungerade, so mache man sie durch eine angehängte Null gerade.

Kommen im Decimalbruche keine Ganzen vor, so erhält natürlich die Wurzel auch keine Ganzen, und alle gefundenen Ziffern sind Decimalen, und zwar soviele, als Paare oder Klassen von Decimalen in dem vorgelegten Decimalbruche vorhanden sind.

Hat aber der Decimalbruch zugleich auch Ganze, so bekommt die Wurzel so viele Ganze als die gegebene Zahl Klassen von Ganzen hat, und so viele Decimalen, als Klassen von Decimalen in der vor-

gelegten Zahl sich vorfinden. Z. B. Man soll die Quadratwurzel von 0,0064 angeben.

```
0,00|64(0,08
    64
 ────────
     *
```

Welches ist die Quadratwurzel aus 0,013924?

```
0,01|39|24(0,118
   1|
 ─────────
    39
   (21)
    21
  ─────────
    1824
   (228)
    1824
  ─────────
      *
```

Welches ist die Quadratwurzel aus 61,238? — In den beiden vorigen Beispielen war die Anzahl der Decimalen gerade, nämlich in dem ersten 4, in dem zweiten 6. In diesem Beispiele aber ist die Anzahl ungerade, nämlich 3; deßhalb muß noch eine Null beigefügt und daher die Wurzel aus 61,2380 gezogen werden also:

```
61,|23|80(7,82.....
49 |
────────
 1223
 (148)
 1184
────────
 3980
(1562)
 3124
────────
  856
```

Es ist also $\sqrt{61{,}238} = 7{,}82\ldots.$ Und da ein Rest geblieben ist, so könnte man auch die Rechnung

fortsetzen, nach §. 149. Alsdann würde die Wurzel noch genauer gefunden werden, als es gegenwärtig geschehen ist.

§. 153. Aus folgenden Decimalbrüchen, ohne und mit Ganzen, suche man die Quadratwurzel.

1) $\sqrt{0,038416}$ gibt
2) $\sqrt{17,5}$
3) $\sqrt{0,000025}$
4) $\sqrt{256,3}$
5) $\sqrt{3303,9504}$
6) $\sqrt{9,6}$
7) $\sqrt{120583,3195061881}$
8) $\sqrt{0,0000120583319506188l}$

§. 154. Aufg. Aus einem gemeinen Bruche oder einer gemischten Zahl die Quadratwurzel zu ziehen.

Aufl. So wie das Quadrat eines gemeinen Bruches gefunden wird, wenn man Zähler mit Zähler und Nenner mit Nenner multiplicirt (§. 144.); eben so muß umgekehrt beim Ziehen der Wurzel sowohl aus Zähler als auch aus Nenner die Wurzel besonders gezogen werden. Gemischte Zahlen verwandelt man erst in einen uneigentlichen Bruch (nach §. 51.). Z. B.

$$\sqrt{\frac{4}{25}} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{25}} = \frac{2}{5}$$

$$\sqrt{\frac{9}{64}} = \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{64}} = \frac{3}{8}$$

$$\sqrt{\frac{144}{289}} = \frac{\sqrt{144}}{\sqrt{289}} = \frac{12}{17}$$

$$\sqrt{2\frac{7}{9}} = \sqrt{\frac{25}{9}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{9}} = \frac{5}{3} = 1\frac{2}{3}$$

Indessen läßt sich dieses Verfahren nur da mit Be-

quemlichkeit anwenden, wo Zähler und Nenner vollständige Quadratzahlen sind. Sobald dieß nun der Fall nicht ist, verwandelt man besser den gemeinen Bruch in einen Decimalbruch, und verfährt nach dem Vorhergehenden (§. 152.). Z. B.

$$\sqrt{\tfrac{5}{12}} = \sqrt{0{,}416666\ldots} = 0{,}645\ldots$$
$$\sqrt{\tfrac{3}{16}} = \sqrt{0{,}1875} = 0{,}43\ldots$$

§. 155. Man ziehe aus folgenden Brüchen die Quadratwurzel dergestalt, daß man sie zuvor in Decimalbrüche verwandelt:

1) $\sqrt{\tfrac{3}{7}}$
2) $\sqrt{\tfrac{19}{64}}$
3) $\sqrt{\tfrac{75}{238}}$
4) $\sqrt{5\tfrac{2}{3}}$
5) $\sqrt{7\tfrac{5}{9}}$
6) $\sqrt{122\tfrac{3}{8}}$

§. 156. Ein Produkt aus drei gleichen Faktoren heißt eine Kubikzahl oder ein Kubus; und der einfache Faktor davon heißt die Kubikwurzel. So ist demnach 64 der Kubus von 4, weil $4 \times 4 \times 4 = 64$; und 4 ist die Kubikwurzel von 64.

Den Kubus oder die Kubikzahl bezeichnet man durch die Zahl 3, die man oben rechts neben der Zahl, die im Kubus stehen soll, schreibt. Z. B. $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$ heißt: der Kubus von 5 ist 125. Eben so

$$12^3 = 12 \times 12 \times 12 = 1728$$
$$67^3 = 314432$$
$$131^3 = 2248091.$$

Das Zeichen für die Kubikwurzel ist $\sqrt[3]{\ }$. Nämlich $\sqrt[3]{729} = 9$ heißt: die Kubikwurzel aus 729

ist 9; ferner $\sqrt[3]{46656} = 36$ lieset man: die Kubikwurzel aus 46656 ist 36.

§. 157. Von gemeinen Brüchen erhält man auf gleiche Weise die Kubikzahlen. Z. B.

$$\left(\tfrac{2}{5}\right)^3 = \frac{2 \times 2 \times 2}{5 \times 5 \times 5} = \tfrac{8}{125}$$

$$\left(\tfrac{4}{7}\right)^3 = \frac{4 \times 4 \times 4}{7 \times 7 \times 7} = \tfrac{64}{343}$$

$$\left(\tfrac{1}{8}\right)^3 = \frac{1 \times 1 \times 1}{8 \times 8 \times 8} = \tfrac{1}{512}$$

Gemischte Zahlen müssen zuvor in einen uneigentlichen Bruch nach (§. 51.) verwandelt werden, z. B.

$$\left(6\tfrac{3}{4}\right)^3 = \left(\tfrac{27}{4}\right)^3 = \frac{27 \times 27 \times 27}{4 \times 4 \times 4} = \frac{19683}{64}$$

§. 158. Die Decimalbrüche enthalten im Kubus eben so viele Klassen von drei und drei Decimalstellen, als in der Wurzel einfache Decimalstellen vorhanden sind. Z. B.

$(0{,}7)^3 = 0{,}7 \times 0{,}7 \times 0{,}7 = 0{,}343$

$(0{,}02)^3 = 0{,}02 \times 0{,}02 \times 0{,}02 = 0{,}000008$

$(0{,}014)^3 = 0{,}000002744$

§. 159. Aus einer gegebenen Zahl die Kubikwurzel ziehen heißt diejenige Zahl finden, welche dreimal mit sich selbst multiplicirt d. h. dreimal als Faktor im Produkte gesetzt die gegebene Zahl wieder gibt.

§. 160. Zur Kenntniß der Kubikwurzelziehung muß man die Kubusse der neun ersten Zahlen wissen, welche in folgendem Täfelchen enthalten sind:

Wurzeln	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Kubusse	1	8	27	64	125	216	343	512	729

§. 161. Aufg. Aus jeder gegebenen ganzen Zahl die Kubikwurzel zu ziehen.

Aufl. 1) Man theile die gegebene Zahl von der Rechten zur Linken in Klassen von drei Ziffern, wobei die letzte zur Linken oder die höchste drei, oder zwei, oder auch nur Eine Ziffer erhalten kann.

2) Von der höchsten oder letzten Klasse zur Linken ziehe man denjenigen Kubus aus den neun ersten Zahlen in obigem Täfelchen ab, welcher ihr gleich oder zunächst kleiner ist, und schreibe die Wurzel davon an die gewöhnliche Stelle des Quotienten. Der Rest des Abzugs aber, wenn einer bleibt, wird gerade unter die höchste Klasse gesetzt.

3) Zu dem etwaigen Reste setze man die nächste Klasse herab; erhebe die bereits gefundene Wurzel zum Quadrat, und multiplicire dieses durch die Zahl 3. Unter den vorigen Rest und die neue herabgelassene Klasse setze man dieses dreifache Quadrat so, daß seine niedrigste Ziffer unter der höchsten Ziffer der neuen Klasse zu stehen komme, und dividire damit in die obenstehenden Zahlen. Der Quotient ist der zweite Theil der Wurzel. Den Divisor kann man zur leichten Unterscheidung einschließen.

4) Nun mache man folgende drei Produkte:

a) Man multiplicire mit diesem neuen Theile der Wurzel den so eben gebrauchten Divisor, und schreibe dieses Produkt gerade so unter, wie den Divisor, nämlich die niedrigste Ziffer unter die höchste der herabgelassenen Klasse;

b) man multiplicire den dreifachen ersten Wurzeltheil mit dem Quadrate des neuen oder zweiten Wurzeltheiles, und setze dieses Produkt so unter,

daß die niedrigste Ziffer unter die mittlere der herabgelassenen Klasse zu stehen kommt; endlich

c) mache man den Kubus des zweiten Wurzeltheils, dessen niedrigste Ziffer unter die niedrigste der herabgelassenen Klasse gesetzt wird.

5) Jetzt addire man die nach Nro. 4 gefundenen drei Produkte a), b) und c), und ziehe die Summe von dem Reste und der herabgelassenen Klasse ab.

6) Auf die nämliche Weise verfahre man, wenn noch mehr Klassen vorhanden sind. Nämlich man setze zu dem etwaigen Reste die folgende Klasse herab, und betrachte die bisher gefundenen Wurzeltheile immer als Einen, und setze die Rechnung weiter so fort, wie von Nro. 3 an ist gelehret worden, und zwar so lange, bis alle Klassen herabgelassen worden sind.

7) So oft der Divisor größer ist als der Dividend, und man also nicht dividiren kann, so oft muß in der Wurzel eine Null als Quotient angeschrieben, eine neue Klasse herabgesetzt, und ein neuer Divisor gesucht werden.

8) Wenn man die nach Nro. 5 gefundene Summe nicht abziehen kann, so ist dieß ein Zeichen, daß der Quotient oder neue Wurzeltheil zu groß genommen worden ist. Er muß daher vermindert werden, bis der Abzug geschehen kann.

9) Die Wurzel erhält immer so viele Zifferstellen, als die Kubikzahl Klassen hat.

Beispiele: Man soll die Kubikwurzel aus 34645976 und aus 128024064 ziehen.

34|645|976(326
27

7645
(27)
54
36
8

5768

1877976
(3072)
18432
3456
216

1877976

*

128|024|064(504
125

3024
(75)

3024064
(7500)
30000
2400
64

3024064

*

Es ist also $\sqrt[3]{34645976} = 326$ und $\sqrt[3]{128024064} = 504$.

§. 162. Bei Zahlen, welche keine vollständige Kubikzahlen sind, bleibt am Ende ein Rest, und die gefundene Wurzel ist deßhalb auch nicht ganz genau. Will man sie genauer haben, so darf man nur an den letzten Rest eine Klasse von drei Nullen anhängen, und die Rechnung auf obige Weise fortsetzen, so lange, als man es für nöthig findet. Für jede angehängte Klasse von Nullen wird in der Wurzel Eine Decimalstelle angeschrieben oder abgeschnitten. Z. B. Man soll die Kubikwurzel aus 3 ziehen; die Rechnung geschieht also:

```
3(1,442....
 1
2000
(3)
12
 48
  64
1744
 256000
 (588)
 2352
   672
     64
 241984
  14016000
  (62208)
  124416
     1728
        8
  12458888
   1557112
```

Demnach ist $\sqrt[3]{3} = 1{,}442\ldots\ldots$

§. 163. Die Probe wird dadurch gemacht, daß man die gefundene Wurzel zum Kubus erhebt, und man muß die Zahl wieder erhalten, aus welcher die Kubikwurzel gezogen worden ist. Wo am Ende ein Rest geblieben ist, da muß man diesen noch zum gefundenen Kubus addiren. So muß also in dem letzten Beispiele zum Kubus von 1,442.... noch der Rest 1557112 addirt werden, um gerade die Zahl 3 wieder zu erhalten.

§. 164. Man ziehe aus folgenden Zahlen die Kubikwurzel:

1) $\sqrt[3]{438976}$ gibt

2) $\sqrt[3]{29218112}$

3) $\sqrt[3]{997002999}$

4) $\sqrt[3]{128100283921}$

5) $\sqrt[3]{496981290961}$

6) $\sqrt[3]{2809612752083216}$

7) $\sqrt[3]{6}$

8) $\sqrt[3]{18}$

9) $\sqrt[3]{317}$

10) $\sqrt[3]{8912}$

11) $\sqrt[3]{23456}$

12) $\sqrt[3]{240736}$

§. 165. Aufg. Aus einem Decimalbruche, ohne Ganze oder mit Ganzen, die Kubikwurzel zu ziehen.

Aufl. Man verfährt ganz so, wie bei der Ausziehung der Wurzel aus ganzen Zahlen. Nur hat man vor Allem darauf zu sehen, daß die Decimalstellen Klassen von drei zu drei Stellen bilden (wegen §. 158.). Wo dieß der Fall noch nicht ist, da muß man die Stellen durch angehängte Nullen am Ende ergänzen. Die Wurzel erhält so viele einzelne Ganze und Decimalen, als in der vorgelegten Kubikzahl Klassen von beiden vorhanden sind. Z. B. Wenn man die Kubikwurzel aus 14,8 ziehen soll, so muß man erst noch zwei Nullen anhängen;

dann erhält man in der Wurzel Eine Decimalstelle; und will man zwei Stellen haben, so muß man noch eine neue Klasse von Nullen d. i. noch drei Nullen anhängen.

```
14,|800(2,45....          0,|000|314|432(0,068
 8 |                            216
-----------               ------------
 6800                          98432
 (12)                          (108)
 48                            864
  96                           1152
   64                            512
-----------               ------------
 5824                          98432
-----------               ------------
   976000                          *
   (1728)
   8640
   1800
     125
-----------
   882125
-----------
   93875
```

Demnach ist

$$\sqrt[3]{0{,}000314432} = 0{,}068$$

§. 166. Man ziehe nun noch aus folgenden Decimalbrüchen, mit und ohne Ganze, die Kubikwurzel; nämlich

1) $\sqrt[3]{12{,}167}$

2) $\sqrt[3]{3{,}45}$

3) $\sqrt[3]{1771{,}561}$

4) $\sqrt[8]{64{,}969656240601}$

5) $\sqrt[3]{0{,}003148}$

6) $\sqrt[3]{0{,}00741}$

7) $\sqrt[3]{0{,}4163255}$

8) $\sqrt[3]{0{,}2584}$

§. 167. Aufg. Aus einem gemeinen Bruche oder einer gemischten Zahl die Kubikwurzel auszuziehen.

Aufl. Man ziehe aus Zähler und Nenner die Wurzel besonders (wegen §. 157.). Aber gemischte Zahlen müssen zuvor in uneigentliche Brüche verwandelt werden (§. 51.). Z. B.

$$1)\ \sqrt[3]{\frac{125}{729}} = \frac{\sqrt[3]{125}}{\sqrt[3]{729}} = \frac{5}{9}$$

$$2)\ \sqrt[3]{\frac{512}{4913}} = \frac{\sqrt[3]{512}}{\sqrt[3]{4913}} = \frac{8}{17}$$

$$3)\ \sqrt[3]{11\frac{25}{64}} = \sqrt[3]{\frac{729}{64}} = \frac{\sqrt[3]{729}}{\sqrt[3]{64}} = \frac{9}{4} = 2\tfrac{1}{4}$$

Aber nur höchst selten ereignet es sich, daß Zähler und Nenner vollständige Kubikzahlen sind. Im entgegengesetzten Falle thut man wohl allemal besser, den gegebenen Bruch in einen Decimalbruch zu verwandeln, und nach §. 165. zu verfahren. Z. B.

$$\sqrt[3]{\tfrac{7}{9}} = \sqrt[3]{0{,}777777\ldots} = 0{,}91\ldots\ldots$$

$$\sqrt[3]{\tfrac{2}{3}} = \sqrt[3]{0{,}666666666\ldots} = 0{,}873\ldots$$

$$\sqrt[3]{\tfrac{3}{4}} = \sqrt[3]{0{,}75} = 0{,}908\ldots\ldots$$

$$\sqrt[3]{\tfrac{5}{8}} = \sqrt[3]{0{,}625} = 0{,}854\ldots$$

$$\sqrt[3]{4\tfrac{3}{8}} = \sqrt[3]{4{,}375} = 1{,}63\ldots$$

$$\sqrt[3]{28\tfrac{3}{5}} = \sqrt[3]{28{,}6} = 3{,}0581\ldots$$

§. 168. Anmerkung. Die Gründe für das Verfahren bei der Ausziehung der Quadrat- und

Kubikwurzel sind hier weggelassen worden, weil dieselben ohne Kenntniß der Buchstabenrechnung nur sehr weitläuftig und doch nicht deutlich genug vorgetragen werden können. Könnte der Lehrer den Zöglingen nur soviel begreiflich machen, daß $(a + b) \times (a + b) = a^2 + 2\,a\,b + b^2$, und daß $(a + b) \times (a + b) \times (a + b) = a^3 + 3\,a^2\,b + 3\,a\,b^2 + b^3$ sei: so wäre wenigstens der Schlüssel zur Einsicht der Regel für die Ausziehung der Quadrat- und Kubikwurzel gegeben. Darum lasse sich der wißbegierige Liebhaber der Rechenkunst begeistern, wenigstens noch einige Schritte über diese Anweisung hinaus auf das Feld der Buchstabenrechnung zu thun. Selbst der künftige Kaufmann wird sich für diese kleine Mühe reichlich belohnet finden!

Siebentes Kapitel.

Vermischte Aufgaben,

welche das Nachdenken der jungen Freunde der Rechenkunst besonders in Anspruch nehmen.

---

1) In das hinterlassene Vermögen eines Vaters theilen sich 6 Kinder so, daß das ältere immer 25 Gulden weniger bekommt als das nächst jüngere. Das Vermögen beträgt 12325 fl. Wie viel erhält jedes Kind von dem ältesten an bis zum jüngsten?

2) Ein Meister, 12 Gesellen und 4 Handlanger haben für eine gewisse Zeit, die sie arbeiteten, der

Meister täglich 1 Thaler, der Geselle 16 Groschen und der Handlanger 10 Groschen, überhaupt aber 170 Thaler 16 Groschen ausbezahlt erhalten. Wie viel Tage haben sie dafür gearbeitet?

3) Ein Fleischer verdingt 16 Ochsen auf 12 Monate Zeit in die Fütterung. Nach 3 Monaten schickt er noch 8 Ochsen, und, nachdem diese wiederum $3\frac{1}{3}$ Monate gezehrt haben, noch 6 Ochsen. Wie lange werden sämmtliche Ochsen für das nämliche bedungene Geld gefüttert werden müssen?

4) In wie viel Tagen können 3 Personen zusammen eine Arbeit vollenden, wozu die erste allein 24 Tage, die zweite 21 Tage und die dritte 18 Tage brauchen würde?

5) Eine Arbeit wird durch 6 Mann in 50 Tagen fertig. Nach 13 Tagen kommen noch 4 Mann dazu, und diese 10 Mann arbeiten zusammen 5 Tage; dann kommen noch 8 Mann dazu. Wie lange müssen diese 18 Mann zusammen noch arbeiten?

6) Einem Boten, der schon vor 13 Tagen abgegangen ist und täglich 5 Meilen zurück legt, wird aus dem nämlichen Orte ein zweiter nachgesandt, der täglich 9 Meilen machen muß. In wie viel Tagen wird er den ersten einholen?

7) Aus einem gewissen Orte wird ein Eilbote abgeschickt, der alle 5 Stunden 7 Meilen macht. 8 Stunden nach seiner Abreise wird ihm ein anderer nachgeschickt, welcher, um jenen einzuholen, alle 3 Stunden 5 Meilen machen muß. In wie viel Stunden wird er ihn einholen?

8) Aus einem Orte A zieht ein Heerhaufen geraden Weges nach einem andern Orte B, und

macht täglich $4\frac{1}{3}$ Meilen. Aus dem Orte B zieht 12 Tage darauf ein anderer Heerhaufen geraden Weges nach dem Orte A, und macht täglich 5 Meilen. Beide Oerter liegen 120 Meilen weit von einander. Es ist daher die Frage: den wie vielsten Tag nach dem Ausrücken des ersten Heerhaufens beide Heerhaufen zusammen treffen werden?

9) In ein Wasserbehältniß, welches 40 Maaß faßt, laufen 4 Röhren. Die erste füllt, wenn sie allein läuft, das Behältniß in 15 Minuten; die zweite in 30 Minuten; die dritte in 45 Minuten, und die vierte in 1 Stunde, unter gleicher Voraussetzung, daß sie allein laufen. In welcher Zeit wird das Behältniß gefüllt werden, wenn man alle 4 Röhren zugleich laufen läßt?

10) Vater und Sohn sind mit einander 54 Jahre alt; Enkel und Großvater 85 Jahre; Vater und Großvater 109 Jahre. Wie alt ist ein Jeder?

11) In 2 Geldbeuteln befinden sich zusammen 200 Gulden. Wenn man aus dem ersten 20 Gulden heraus nimmt und legt sie in den zweiten, so ist in beiden gleichviel. Wie viel enthält ein jeder?

12) In einem Lande sollen 4 Kreise A, B, C und D zu einem bevorstehenden Kriege ihre Mannschaft von 6000 Mann stellen. Die Vertheilung soll nach dem Verhältnisse ihrer Volksmenge geschehen. Nun verhält sich die Volksmenge von A zur Volksmenge von B, wie 5 zu 6; die Volksmenge von B zur Volksmenge von C, wie 9 zu 8; die Volksmenge von C zur Volksmenge von D, wie 14 zu 15. Es ist daher die Frage: wie viel Mann jeder Kreis zu stellen hat?

13) In eine Verlassenschaft haben sich 6 Erben

getheilt. A hat nach Verhältniß $\frac{1}{4}$, B $\frac{1}{5}$, C $\frac{1}{6}$, D $\frac{1}{7}$, E $\frac{1}{8}$ und F 200 Gulden davon erhalten. Man fragt: 1) wie viel jeder der fünf ersten Erben bekommen hat, und 2) wie groß die ganze Erbschaft gewesen ist?

14) Zu einem gewissen Unternehmen traten 4 Personen zusammen, und legten verschiedene Kapitalien ein, dergestalt, daß sie unter sich einig wurden, den Gewinn oder Verlust nach dem Verhältniß ihrer Einlagen zu vertheilen. Daraus ergab sich, daß A noch einmal so viel als B, und C so viel als A und B mit einander; D aber um die Hälfte mehr als B gewinnen oder verlieren soll. Sie hatten nun einen Verlust von 1200 fl. Was verliert demnach ein Jeder?

15) Ein Dienstbote erhält zum jährlichen Lohne 24 Thaler und ein Kleid. Nach 3 Monaten tritt derselbe aus dem Dienste, und erhält für diese Dienstzeit das Kleid zum Lohne. Wie hoch ist nun dieses Kleid angerechnet?

16) Jemand kauft ein Stück Leinwand, immer 5 Ellen um 2 fl. 36 Kr. und verkauft solche wieder, indem er 7 Ellen um 4 fl. 42 Kr. gibt. Dabei gewinnt er 10 fl. 36 Kr. Wie viele Ellen hielt das Stück?

17) Jemand hat in 4 Terminen folgende Zahlungen und zwar ohne Zinsen zu leisten, nämlich 1500 fl. nach 2 Monaten, 2000 fl. nach 4 Monaten, 2500 fl. nach 6 Monaten und 3500 fl. nach 17 Monaten. Der Gläubiger wünscht die ganze Summe auf einmal zu erhalten. Wann soll die Zahlung geschehen, damit weder der Gläubiger noch der Schuldner dabei Schaden leide?

18) Jemand hat in seiner Börse so viel Geld, daß $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ und $\frac{1}{6}$ davon zusammen 10 Thaler ausmachen. Wie viel hat er im Ganzen?

19) Ein Behälter wird durch eine Röhre in 30 Minuten gefüllt, und durch eine andere in 45 Minuten ausgeleert. Wenn nun der Behälter ganz leer ist und beide Röhren geöffnet werden: in wie viel Minuten wird derselbe voll sein?

20) Ein Hund verfolgt einen Fuchs, der jenem um 100 Sprünge voraus ist. So oft der Fuchs 9 Sprünge macht, thut der Hund deren 6; aber 3 Sprünge des Hundes machen 7 Sprünge des Fuchses aus. Wie viel Sprünge muß nun der Hund machen, bis er den Fuchs einholt?

21) Ein Mann trinkt mit seiner Frau in 14 Tagen ein Fäßchen Bier. Der Mann fand, daß, als seine Frau auf einige Zeit verreiset war, er es allein in 22 Tagen austrank. In welcher Zeit wird es die Frau allein austrinken?

22) In einer Stadt liegen 1675 Mann, theils Fußgänger theils Reiter, in Garnison, von welchen der Fußgänger monatlich 3 Gulden, der Reiter 4 Gulden Löhnung erhält. Da nun der monatliche Sold für die ganze Garnison 5500 fl. ausmacht, so ist die Frage: aus wie viel Mann Fußgänger und Reiter dieselbe besteht?

23) In wie viel Tagen können drei Personen zusammen eine Arbeit zu Stande bringen, an welcher die erste allein 15 Tage, die zweite allein 12 Tage, und die dritte allein 10 Tage zu arbeiten hätte?

24) Man hat drei Fässer. Wird das zweite aus dem ersten gefüllt, so bleibt im ersten $\frac{2}{3}$ übrig; wird das dritte aus dem ersten gefüllt, so bleibt

$\frac{5}{9}$ übrig; wird aber das erste aus den beiden andern gefüllt, so fehlen 8 Maaß. Wie viel Maaß hält jedes von diesen Fässern?

25) Bei dem Verkaufe eines Gutes finden sich zwei Liebhaber ein. Der eine bietet 7000 fl. baar; der andere 8000 fl. jedoch mit der Bedingung, jährlich 2000 fl. ohne Zinsen abzutragen d. h. nach Verlauf des ersten Jahres 2000 fl., nach Verlauf des zweiten Jahres wieder 2000 fl. und so fort, bis die 8000 fl. ganz abgetragen sind. Wenn nun der Verkäufer 5 Procent einfache Zinsen rechnet: welches Gebot ist für ihn das vortheilhafteste?

Anhang von nützlichen Tabellen.

I. Tabelle.

Münzen.

Länder und Städte.	Arten der Münzen.	Münzfuß auf eine köllnische Mark fein Silber.
Baiern	1 fl. zu 60 Kr., 1 Kr. zu 4 Pf.	24 fl. oder 16 Thlr.
	1 Speciesthaler zu 2 fl. 24 Kr.	oder 10 Speciesthlr.
	1 Kronenthaler zu 2 fl. 42 Kr.	
Basel } Bern }	1 fl. zu 60 Kr. 1 Kr. zu 4 Pfennig. oder 8 Hellern.	$23\frac{2}{3}$ fl. Kur.
Dänemark	1 Thlr. zu 16 Schilling, oder	$9\frac{1}{4}$ Thlr. Spec. od. $11\frac{1}{2}$ Thlr. Kur.
	1 Thl. zu 6 Mark; 1 Mark zu 16 Schll.	
England	1 Pfund Sterling zu 20 Schilling.	$42\frac{1}{2}$ Schilling Sterling.
	1 Schill. zu 12 Pf. Deniers od. Penc.	
Frankreich	1 Frank zu 10 Decimen oder zu 100 Centimen.	$51\frac{93}{100}$ Franken; od.
	1 Livre zu 20 Sols. Demnach	$52\frac{88}{100}$ Livres.
	1 Frank = 27,73 Kr.	
	1 Livre = 27,23 Kr.	

Länder und Städte.	Arten der Münzen.	Münzfuß auf eine köllnische Mark fein Silber.
Hamburg	1 Mark zu 16 Schill. 1 Schill. zu 12 Pf. lübeck.	$11\frac{1}{3}$ Thlr. Kur. oder 34 Mark Kurant.
	1 Thl. zu 3 Mark 1 Mark zu 8 Schill. vlämisch. } Banko.	$9\frac{5}{24}$ Thlr. Banko.
Hannover	1 Thaler zu 36 Margr. oder	$12\frac{2}{9}$ Thlr. Kasseng. od. $13\frac{1}{3}$ Thl. Gold=Val.
	1 Thlr. zu 24 gute Gr.	
Hessen	1 Thlr. zu 32 Albus. 1 Albus zu 9 Pf.	$13\frac{1}{3}$ Thaler Konv. Kur.
Holland	1 fl. zu 20 Stüver. 1 Stüver zu 16 Pf. Kurant.	$24\frac{3}{8}$ fl. Kurant oder
	5 fl. sind 2 Thlr. Kurant od. Bko.	$23\frac{1}{4}$ fl. Banko.
Lübeck . .	1 Mark zu 16 Schilling. 1 Schill. zu 12 Pf.	$11\frac{1}{3}$ Thlr. oder 14 Mark Kurant.
Neapel	1 Dukati di Regno zu 100 Grain.	$12\frac{328}{1000}$ Duk. di Regno.
Oestreich	1 fl. zu 60 Kr.; 1 Kr. zu 4 Pf.	20 fl. od. $13\frac{1}{3}$ Thlr. Konv. Kur.
Portugal	1 Crusado zu 400 Rees.	8480 Rees.

Länder und Städte.	Arten der Münzen.	Münzfuß auf eine köllnische Mark fein Silber.
	1 Crusado = 1 fl. 31 Kr. 1,8 Pf.	
Preußen	1 Thlr. zu 24 Gr.; 1 Gr. zu 12 Pf. Kurant.	14 Thlr. Kur.
	1 Thlr. zu 30 Silbergr.; 1 Silbgr. zu 12 Pf. Scheidemünz.	
Riga . .	1 Albusthlr. zu 3 fl. 80 Fardinge oder zu 90 Albusgr.	$9\frac{3}{5}$ Albusthlr.
Rostock	1 Thl. zu 3 Mark od. zu 48 Schill.	$11\frac{1}{3}$ Thlr. oder 24 Mark.
Rußland	1 Silberrub. zu 100 Kopeken.	13 Silb. Rub. oder $25\frac{3}{5}$ Kupf. Rub.
Sachsen	1 Thlr. zu 24 Gr.; 1 Gr. zu 12 Pfennig.	$13\frac{1}{3}$ Thlr. Konv.-Kurant.
Schweden	1 Thl. zu 48 Schill.	$9\frac{3}{32}$ Thlr. Spec.
Spanien	Real de plata ant. zu 34 Maravedis.	$102\frac{4}{5}$ Real de plata ant.
	1 Species Silber-Piaster zu 20 Reales de Vellon.	
	1 Real de Vellon = 7 Kr. $1\frac{23}{8}$ Pf.	
	17 Reales oder Maravedis sind 32 Reales oder Ma-	

Länder und Städte.	Arten der Münzen.	Münzfuß auf eine köllnische Mark fein Silber.
	ravedis de Vellon.	
Türkei	1 Piaster zu 40 Paros.	26½ Piaster.
Würtemberg	1 fl. zu 60 Kr.; 1 Kr. zu 4 Pf.	24 fl. od. 16 Thlr.
Zürch . .	1 fl. zu 60 Kr. 1 Kr. zu 8 Hellern.	22 fl.

Der Werth einer Mark fein Silber scheint zwischen 23 und 24 fl. zu sein; und einer Mark Gold zwischen 364 und 372 fl.

Ueberhaupt aber ist der Werth des Goldes zum Werthe des Silbers im Durchschnitt = 15 : 1.

II. Tabelle.

Fuße und Ellen.

Länder und Städte.	Fuße in pariser oder französ. Linien.	Ellen in pariser Linien.
Altona . . .	127	254
Amsterdam . .	125,5	306
Ansbach . . .	132,92	276,78
Augsburg . .	131,3	gr. 270,2 kl. 262,6
Baireuth . .	135,16	266,2
Baiern . . .	129,38	369,27
Berlin . . .	139,13	295,65
Braunschweig	126,5	253
Dänemark . .	139	278,3
Danzig . . .	127,2	254,4
England . . .	134,7	443,29
Frankfurt am Main . . .	125,3	242,6
Frankreich . .	144	526,83
Hamburg . .	127	254
Hannover . .	129,5	258,8
Holland . . .	125,5	306
Leipzig . . .	125,1	250,6
Lübeck	129	255,8
Neapel . . .	116,5	936,6
Nürnberg . .	134,88	291,08
Oestreich . . .	140,13	345,42
Regensburg .	139	359,083
Rheinländischer	139,13	
Rom	130,6	887,3
Rußland . . .	135	315,4
Sachsen . . .	125,3	250,6
Schlesien . .	127,6	255,3
Schweden . .	131,6	263,2
Spanien . . .	125,3	370,16
Würtemberg .	127	272,28

III. Tabelle.

Meilenmaaß.

Länder und Städte.	Eine Meile hält pariser Fuß	Auf einen Meridiangrad gehen
Bairische . .	22826,6	14,9847
Böhmische . .	21270	16,0813
Englische . .	4963,23	68,9167
„ Seemeile	5717,13	59,8288
Französische	13681,97	25
Holländische	18055,12	18,9447
Italienische	5717,13	59,82881
Oestreichische	23355	14,6456
Portugiesische	19057,44	17,9483
Preußische . .	23873,76	14,3272
Römische, alte, zu 8 Stadien	4537	75,391
Russische Werste, von denen 7 auf 1 teutsche Meile gehen . . .	3288,2	104,0265
Sächsische . .	27912	12,255
Schwäbische	28587	11,9652
Schwedische	32953,5	10,38008
Schweizerische	25795,25	13,2608
Spanische . .	12882	26,5546
Teutsche . . .	22803,29	15
Türkische . .	5144,04	66,4827
Ungarische . .	25734,35	13,2912

IV. Tabelle.

Getreidemaaß.

Länder und Städte.	Namen der Maaße.	enthält pariser Kubikzoll
Altona . . .	Scheffel . . .	5312
Amsterdam . .	Sack zu 3 Scheff.	4087
Ansbach. . .	Simra zu 16 Metzen	17043
Antwerpen . .	Viertel . . .	3867,5
Augsburg . .	Schaff zu 8 Metzen	10346
Bamberg . .	Simra. . . .	3948,4
Baireuth . .	Simra zu 16 Metzen	17043
Baiern . . .	Scheffel zu 6 Metzen	11209,6
Berlin . . .	Scheffel . . .	2770,7
	Scheffel zu 16 Metzen	
	Winspel zu 24 Schff.	
Braunschweig	Scheff. zu 10 Himten	15650
Bremen . . .	Scheffel . . .	3585,6
Dänemark . .	Tonne	7013
Danzig . . .	Scheffel . . .	2597,4
England . . .	Quarter . . .	14408
	Bushel . . .	1801
Frankfurt a. M.	Malter zu 4 Simmer	5784
Frankreich . .	Boisseau . .	656
	Kiliolitre . .	50412,4
	Hectolitre . .	5041,24
	Decalitre . .	504,124
	Litre	50,4124
Hamburg . .	Scheffel zu 2 Faß	5312
Hannover . .	Malter zu 6 Himten	9408
Hessen-Darmstadt	Simm. z. 4 Kumpfen	6452,6
Hessen-Kassel	Scheffel . . .	4045
Holland . . .	Sack zu 3 Scheffel	4087
Königsberg	alter Scheffel .	2514
	neuer „ .	2673
Lübeck	Roggen-Scheffel	1684
	Hafer „ „	1978

Länder und Städte.	Namen der Maaße.	enthält pariser Kubikzoll
Neapel . . .	Tomolo . . .	2579
Nürnberg . .	Simra zu 16 Metzen	16273
Oestreich . . .	Metze	3100
Preußen . . .	Scheffel . . .	2770,7
Riga	Lof	3285
Rußland . . .	Tschetwet zu 8 Tschetwerik .	9808
Sachsen . . .	Scheffel . . .	5416
Schweden . .	Tonne . . .	8310
Spanien . .	Fanega . . .	2881
Türkei . . .	Kislo	1770
Würtemberg	Scheffel . . .	10542

Ein bairischer Metzen Roggen wiegt trocken 48 bair. Pfd.
vorzüglicher 49—50 bair. Pfd.

Ein berliner Scheffel Weizen wiegt 85 Pfd.
" " " Roggen " 80 "
" " " Gerste " 69 "

100 Pfd. guter Roggen gibt 80 bis 82 Pfd. gutes Mehl und diese 80 bis 82 Pfd. Mehl geben gegen 110 Pfd. gutes Hausbrot.

Auf 1 Menschen rechnet man im Durchschnitt täglich 1 bis 1½ Pfd. Brot.

V. Tabelle.

Gewicht.

Länder und Städte.	Namen des Gewichts.	Ein solches hat kölnische Richt-pfennige	holländische Asse
Amsterdam	Pf. Handelsgw.	138509	10280
	Mark Troygew.	68985	5120
Ansbach . .	Pfund . .	142821	10600
Augsburg	(schweres Pfund	137700,5	10220
	(leichtes "	132527	9836
Baiern . .	altes Pfund .	157402	11682,26
	neues " .	156936	
Baireuth	Pfund . .	142928	10621
England	Pfd. Avoix du poids oder Handelsgw.	127205	9439
	Pfd. Troygew.	104636	7766
Frankfurt a. Main . .	(schweres Pfund	142753	10516
	(leichtes "	130964	9746
Frankreich	altes Markgew.	137180,1	10188
	Kilogramme	280242	20812,5
	Gramme	280,242	20,8125
Hamburg	Pfund . .	135814	10080
Holland	Mark . . .	68985	5120
Kölln . .	Mark . . .	65536	4863,9 oder 4867,4
Nürnberg	Pfund . .	142821	10621
Preußen	Pfund . .	131328	9746
Regensburg	Pfund . .	158880	11792
Sachsen	Pfund . .	130909	9729
Wien . . .	Pfund . .	157040	11656
Würtemberg	Pfund . .	131072	9736

VI. Tabelle
über
das neufranzösische Maaß und Gewicht.

Die Grundeinheit des Längenmaaßes heißt Mètre, und ist der zehnmillionte Theil vom vierten Theil eines durch Frankreich gehenden Erdmeridians. Alle Abtheilungen dieses Maaßes sind zehnfach, und zwar zehnfach größer oder zehnfach kleiner. Es heißt das natürliche Maaß, weil es sich auf die wirkliche Größe unserer Erdkugel gründet. In Vergleichung mit dem alten französischen Maaße ist ein

Mètre = 3,078444 pariser Fuß oder
= 3 Fuß, 0 Zoll, 11,2959 Linien
= 443,2959 paris. Linien.

Décamètre = 10 Mètres = 30,78444 Fuß.
Kilomètre = 100 Mètres = 307,8444 Fuß.
Myriamètre = 1000 Mètres = 3078,444 Fuß.
Decimètre = 0,1 Mètre = 44,32959 Linien.
Centimètre = 0,01 Mètre = 4,432959 Linien.
Millimètre = 0,001 Mètre = 0,4432959 Linien.

Dagegen ist ein alter pariser Fuß = 324,839 Millimètre; 1 paris. Zoll = 27,069 Millimetre, und 1 Linie = 2,255 Millimètre.

Die Einheit des Flächenmaaßes ist das Quadrat des Mètre (Mètre carré) und beträgt 9,476817461136 paris. Quadratfuß. Are ist = 100 Quad. Mètres = 947,6817461136 par. Quadratfuß. Are ist die Einheit für das Feldmaaß, dessen Zehnfaches Hectare ist, und ohngefähr unsern Morgen bezeichnet.

Die Einheit des Kubik- oder Körpermaaßes heißt Litre, und es ist ein

Litre = 50,412416 par. Kubikzoll.
Decalitre = 10 Litres = 504,12416 Kbz.
Decilitre = 0,1 Litre = 5,0412416 Kbz.

Der Kubus des Mètre (Mètre cube) wird als Holzmaaß Stère genannt und ist = 29,17385185 parisr. Kubikfuß.

Die Einheit des Gewichts heißt Gramme, und es ist ein

Gramme = 280,242 köllnischen Richtpfennigen.

Decagramme	= 2802,42	"	"
Hectogramme	= 28024,2	"	"
Kilogramme	= 280242	"	"
Myriagramme	= 2802420	"	"
Decigramme	= 28,0242	"	"
Centigramme	= 2,80242	"	"
Milligramme	= 0,280242	"	"

Ende.

Bei dem Verleger dieses Lehrbuches sind noch nachstehende empfehlungswerthe, im Preise höchst billige Schriften kürzlich erschienen und durch alle solide Buchhandlungen zu bekommen:

Adam, Alex., Handbuch der römischen Alterthümer. 2 Bde. Mit 11 Kupfertaf. gr. 8. Vierte verb. Auflage. Preis 4 Rthl. 8 Gr. oder 7 fl. 48 kr.

Böttiger, C. W., die deutsche Geschichte für Gymnasien und Schulen. 8vo. 3te verb. und verm. Auflage. 8 Gr. oder 36 kr.

Dessen allgemeine Geschichte für Schule und Haus. 8vo. 5te verb. und verm. Auflage. 8 Gr oder 36 kr. (Dasselbe Buch, für die katholischen Lehranstalten bearbeitet, von Fr. W. Goldwitzer. 8 Gr. oder 36 kr.

Dessen Geschichte Baierns nach seinen alten und neuen Bestandtheilen. Ein Buch für Gebildete des In- und Auslandes, vor allem für Baierns reifere Jugend. gr. 8. 16 Gr. oder 1 fl. —

Bunyan, John, des Christen Wallfahrt nach der himmlischen Stadt. Frei nach dem Englischen bearbeitet von Dr. H. Ranke. Mit einer Einleitung, das Leben John Bunyans enthaltend, von Dr. G. H. Schubert. gr. 8. brosch. 8 Gr. oder 36 kr. Auf Velinpapier 16 Gr. oder 1 fl. 12 kr.

Die Jahre 1830 und 1831. gr. 8. brosch. 6 Gr. oder 27 kr.

Krafft, J. C. G. L., Predigten über auserlesene Alttestamentliche Texte. 1s Heft, enthaltend sieben Predigten über das 53ste Kapitel des Propheten Jesaias. gr. 8. brosch. 12 Gr. oder 54 kr.

Leibfarth, J. G., Elemente der deutschen Sprachlehre. 1r Theil. Formenlehre und Syntax. 8vo. 4 Gr. od. 18 kr.

Dessen zweiter Theil. Lehrübungen enthaltend. 8vo. 4 Gr. oder 18 kr.

Dessen Lesebuch für das kindliche Alter für Schule und Haus. 8vo. 4 Gr. oder 18 kr.

de Martelli, Claudii Angeli, wunderbare Errettung in und aus der türkischen Gefangenschaft. Herausg. von J. F. Esper. Mit einer historischen Einleitung von Dr. G. H. Schubert. Neue wohlfeilere Ausgabe. 8vo. brosch. 6 Gr. oder 27 kr.

v. Schubert, Dr. G. H., Altes und Neues aus dem Gebiet der innren Seelenkunde. 3r Band. — 8vo. 18 Gr. oder 1 fl. 21 kr. Daraus besonders abgedruckt:

—, das Leben des Joh. Jac. Fabricius. 8vo. brosch. 4 Gr. oder 18 kr.

—, das Leben des Obrist Gardiner Nach dem englischen Original neu bearbeitet. 8vo. brosch. 4 Gr. oder 18 kr.

—, Mittheilungen aus dem Reiche. 8vo. brosch. 12 Gr. oder 54 kr.

v. Schubert, Dr. G. H., Lehrbuch der Naturgeschichte für Schulen und zum Selbstunterricht. 7te Aufl. 8vo. 10 Gr. oder 45 kr. Mit schwarzen Kupfern 1 Rthlr. 10 Gr. oder 2 fl. 33 kr. Mit illum. Kupfern 2 Rthlr. 2 Gr. oder 3 fl. 45 kr.

Seiler, G. Fr., die Religion in Liedern. Eine Sammlung christl. Lieder zum Gebrauch in Stadt- und Landschulen. 8te verb. Aufl. 8vo. 3 Gr. oder 12 kr.

Dessen allgemeines Liederbuch für Schulen. Auch für Erwachsene zur Beförderung einer geistvollen Erbauung bestimmt. 4te verb. Aufl. 8vo. 6 Gr. oder 27 kr.

Dessen katechetisches Methodenbuch, oder theoretisch- und praktischer Katechisationsunterricht für Lehrer und Geistliche. 3te verbesserte Aufl. 8vo. 1 Rthlr. oder 1 fl. 48 kr.

Dessen Schulmethodenbuch, oder Anweisung zur Erleichterung und Leitung der Schulaufsicht, so wie zur Unterweisung für künftige Schullehrer, was sie sind und seyn sollen. 3te verb. Aufl. 8vo. 12 Gr. oder 54 kr.

Dessen Festfragen. Eine Beilage zu jedem Katechismus. 13te verb. Aufl. 8vo. 1 Gr. oder 3 kr.

Züge aus dem Leben des Felix Neff, gewesenen Pfarrers bei den evangelischen Gemeinden der Hoch-Alpen. Nach dem Französischen bearbeitet von Gerold Meyer von Knonau. Mit einem Vorwort von Dr. G. H. Schubert. 8vo. brosch. 6 Gr. oder 27 kr.

BSB Bayerische StaatsBibliothek
MDZ Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Neubig, Andreas

Gründliche Anweisung zur Rechenkunst zum Gebrauch in lateinischen und Gewerbschulen

Erlangen 1834

Math.p. 373 na
urn:nbn:de:bvb:12-bsb10082472-6